ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018

ΘΕΜΑ 1ο :

Α) Να διατυπώσετε τον ορισμό της εκθετικής συνάρτησης με βάση $\alpha>0$.

Μονάδες 5

Β) Δίνεται η συνάρτηση $f: f(x)=(\frac{1}{5})^x$.

Να χαρακτηρίσετε με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις.

1) Η f έχει ως πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

2) Η f έχει ως σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$.

3) Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

4) Η f έχει άξονα συμμετρίας τον y'y.

5) Η γραφική παράσταση της f έχει ως ασύμπτωτη το θετικό ημιάξονα Οχ.

6) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι η συμμετρική της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g: g(x)=5^x$, ως προς τον άξονα y'y.

7) Ισχύει ότι $f(\sqrt{2})>f(\sqrt{3})$.

8) Ισχύει ότι $f((\frac{2}{3})^{2011})>f((\frac{2}{3})^{2012})$.

9) Το σημείο Α(0,1) ανήκει στη γραφική παράσταση της f.

10) Το σημείο $B(\sqrt[5]{2}, -5^{-2})$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ 2ο :

Α) Να λυθούν οι εξισώσεις :

i) $13^{x^2-4x}-1=0$

ii) $9^x-4\cdot 3^x+3=0$

Μονάδες 10

Β) Να λυθούν οι ανισώσεις :

i) $(\frac{1}{2})^{x^2-6}>32$

ii) $(e^x-1)(16-2^x)>0$

Μονάδες 10

Γ) Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{cases} 4^x\cdot 2^{y-2}=32 \\ 3^{x+2}\cdot 3^{y-4}=27 \end{cases}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο :

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f: f(x)=3^{x+a}+1$

διέρχεται από το σημείο Μ(5,28).

i) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού α.

Για α=-2 :

ii) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3}}+1.$

iii) Να λύσετε την ανίσωση $f(x)-f(x-1)<6.$

Μονάδες 9+8+8

ΘΕΜΑ 4ο :

Α) Έστω η συνάρτηση $f: f(x)=\left(\frac{\alpha+2}{2a-1}\right)^x, x\in\mathbb{R}.$

α)

i) Να βρείτε τις τιμές του α, ώστε η συνάρτηση f, να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

ii) Να βρείτε τις τιμές του α, ώστε η συνάρτηση f, να είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

β) Για $\alpha=8$ να λύσετε την ανίσωση: $f(x)+f(x+1)<\frac{15}{4}.$

Μονάδες 20

Β)

α) Να δείξετε ότι $2^x+2^{-x}\geq 2,$ για κάθε πραγματικό αριθμό x.

β) Να λύσετε την εξίσωση $2^x+2^{-x}=\sigma\upsilon\nu x+1.$

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!!!!