

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2022

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΘΕΜΑ Α

- A₁** ι) Ποια γωνία ονομάζεται γωνία ενός ακτινίου; **Μονάδες 2**
 ιι) Με πόσες μοίρες ισούται (περίπου) το 1 rad; **Μονάδες 1**
- A₂** ι) Πότε μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται περιοδική; **Μονάδες 2**
 ιι) Στην συνάρτηση $f : f(x) = -1 + 2 \text{ συν} \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν: η περίοδος και τα ακρότατα της f ; **Μονάδες 2**
- A₃** Να συμπληρωθούν τα κενά:

$\eta\mu(-x) =$	$\eta\mu(\pi - x) =$	$\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\sigma\upsilon\nu(-x) =$	$\sigma\upsilon\nu(\pi - x) =$	$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\epsilon\phi(-x) =$	$\epsilon\phi(\pi - x) =$	$\epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\sigma\phi(-x) =$	$\sigma\phi(\pi - x) =$	$\sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\eta\mu(\pi + x) =$	$-\eta\mu x = \eta\mu(\quad)$
$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\upsilon\nu(\pi + x) =$	$-\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu(\quad)$
$\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\epsilon\phi(\pi + x) =$	$-\epsilon\phi = \epsilon\phi(\quad)$
$\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\phi(\pi + x) =$	$-\sigma\phi x = \sigma\phi(\quad)$
$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu(\quad)$
$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\upsilon\nu x = \eta\mu(\quad)$
$\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\epsilon\phi x = \sigma\phi(\quad)$
$\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\phi x = \epsilon\phi(\quad)$

Μονάδες 15

A₄ Θεωρήστε τον ισχυρισμό:

«Υπάρχει γωνία ω για την οποία ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{3}{4}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{4}$.»

ι) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή με το γράμμα Α ή ως ψευδή με το γράμμα Ψ.

ιι) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Β

B₁ Αν για τη γωνία x ισχύει ότι $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ και $10 \sigma\upsilon\nu^2x - 3 \sigma\upsilon\nu x - 4 = 0$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu x = \frac{4}{5}$

Μονάδες 5

β) Να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

Μονάδες 5

γ) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$1 - \frac{\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\eta\mu^2(\pi - x)}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$$

Μονάδες 5

B₂ α) Αν ισχύει $3\eta\mu x + 4\sigma\upsilon\nu x = 5$ να υπολογίσετε του τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

β) Αν $y = 6\eta\mu x + 8\sigma\upsilon\nu x$, να δείξετε ότι: $y \in [-10, 10]$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁ Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, μία συνάρτηση, η οποία είναι περιοδική με περίοδο $T = 7$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(5, 2)$.

Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει:

$$f(2021) - \lambda T = 0.$$

Μονάδες 7

Γ₂ Να δείξετε ότι: $\epsilon\phi 1^\circ \epsilon\phi 2^\circ \dots \epsilon\phi 44^\circ \epsilon\phi 45^\circ \epsilon\phi 46^\circ \dots \epsilon\phi 88^\circ \epsilon\phi 89^\circ = 1$.

Μονάδες 9

Γ₃ Να δείξετε ότι: $\sigma\upsilon\nu \eta\mu^4 \frac{\pi}{16} + \eta\mu^4 \frac{7\pi}{16} = 1 - 2 \sigma\upsilon\nu^2 \frac{\pi}{16} \eta\mu^2 \frac{\pi}{16}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f : f(x) = \alpha + \beta \eta\mu(\omega x)$, $x \in \mathbb{R}$, όπου α, β, ω σταθεροί πραγματικοί αριθμοί με $\beta > 0$ και $\omega > 0$. Αν η συνάρτηση f έχει περίοδο $T = 4\pi$, μέγιστη τιμή το 5 και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{\pi}{3}, \frac{7}{2}\right)$ τότε:

α) Να βρείτε τους αριθμούς ω , α και β .

Μονάδες 7

β) Να δειχθεί ότι $f(x) = 2 + 3 \eta\mu\left(\frac{x}{2}\right)$ και στο ίδιο σύστημα αξόνων να

σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της f και της $g : g(x) = \eta\mu x$, στο διάστημα $[0, 4\pi]$.

Μονάδες 6

γ) Να βρεθούν τα διαστήματα μονοτονίας και τα ακρότατα της f στο διάστημα $[0, 4\pi]$.

Μονάδες 6

δ) Να λυθούν γραφικά οι εξισώσεις $f(x) = 5$ και $f(x) = -1$ στο διάστημα $[0, 4\pi]$.

Μονάδες 6

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

σσηη