

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ****ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2023****ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ΩΡΕΣ****ΘΕΜΑ Α**

- A<sub>1</sub>** Να γραφεί η εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο  $K(x_0, y_0)$  και ακτίνα  $\rho$ .  
**(4 μονάδες)**
- A<sub>2</sub>** Πότε η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει κύκλο;  
Ποιο είναι το κέντρο του και ποια η ακτίνα του;  
**(5 μονάδες)**
- A<sub>3</sub>** Πότε η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία;  
Πότε ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης της και ποιος είναι αυτός;  
**(4 μονάδες)**
- A<sub>4</sub>** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:  
**α)** Το σημείο  $(1, -1)$  ανήκει στον κύκλο  $x^2 + y^2 = 2$ .  
**β)** Ο κύκλος  $x^2 + y^2 = 4$  και η ευθεία  $y = 2x$  εφάπτονται.  
**γ)** Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + \lambda^2 = 0$ , με  $\lambda$  πραγματικό αριθμό, είναι εξίσωση κύκλου.  
**(6 μονάδες)**
- A<sub>5</sub>** Στη στήλη Α δίνονται οι εξισώσεις που παριστάνουν κύκλους και στη στήλη Β τα κέντρα των κύκλων και οι ακτίνες τους. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της στήλης Β που αντιστοιχεί στη σωστή εξίσωση του κύκλου.

**Στήλη Α**

**α)**  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

**β)**  $x^2 + (y + 1)^2 = 4$

**Στήλη Β**

1)  $K(0, -1) \quad \rho = 2$

2)  $K(3, -2) \quad \rho = 1$

3)  $K(3, -2) \quad \rho = 4$

**(6 μονάδες)**

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon$  με εξίσωση  $3x + 4y = 12$ .

- α)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\zeta$ , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία  $\varepsilon$  και διέρχεται από το σημείο  $A\left(2, -\frac{9}{2}\right)$ . **(7 μονάδες)**
- β)** Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας  $\eta$  των ευθειών  $\varepsilon$  και  $\zeta$ . **(10 μονάδες)**
- γ)** Αν η ευθεία  $\varepsilon$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο Β και η ευθεία  $\zeta$  τον άξονα  $x'x$  στο σημείο Γ, να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. **(8 μονάδες)**

### ΘΕΜΑ Γ

- Γ<sub>1</sub>** Σε τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε  $A(-1, -1)$ ,  $B(4, 5)$  και η κορυφή Γ είναι σημείο της ευθείας  $y = 5x - 15$ . Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι ίσο με 9,5, να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Γ. **(10 μονάδες)**
- Γ<sub>2</sub>** Σε καρτεσιανό επίπεδο Οxy θεωρούμε κύκλο C που διέρχεται από το σημείο  $A(3, 10)$  και έχει κέντρο το  $K(4, 8)$ .
- α)** Να δείξετε ότι  $C : (x - 4)^2 + (y - 8)^2 = 5$  και έπειτα να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  που διέρχεται από τα σημεία Ο και Κ. **(6 μονάδες)**
- β)** Να βρεθούν τα σημεία τομής του κύκλου C με την ευθεία  $\varepsilon$ . **(5 μονάδες)**
- γ)** Από τα σημεία του κύκλου C να βρείτε τις συντεταγμένες:
- ι)** του σημείου που απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων, **(2 μονάδες)**
- ιι)** του σημείου που απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή των αξόνων. **(2 μονάδες)**

### ΘΕΜΑ Δ

- Δ<sub>1</sub>** Δίνεται η εξίσωση  $(x + y + 1) + \kappa(x - y - 5) = 0$  (1),  $\kappa \in \mathbb{R}$ .
- α)** Να δειχθεί ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\kappa$  η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία. **(5 μονάδες)**
- β)** Να δειχθεί ότι όλες οι ευθείες, που ορίζονται από την εξίσωση (1), διέρχονται από σταθερό σημείο, το  $A(2, -3)$ . **(5 μονάδες)**

γ) Να βρεθεί η τιμή του  $\kappa$ , για την οποία η (1) παριστάνει ευθεία  $\varepsilon$  κάθετη στον  $x'x$ . Ποια η εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$ ; (5 μονάδες)

$\Delta_2$  Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2\sigma\theta x - 2\eta\mu\theta y - 3 = 0$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ .

α) Ναδειχθεί ότι για κάθε  $\theta$ , η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο, του οποίου να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα. (5 μονάδες)

β) Ναδειχθεί ότι η ευθεία  $\sigma\eta\theta x + \eta\mu\theta y + 1 = 0$  εφάπτεται στον παραπάνω κύκλο. (5 μονάδες)

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**

συν