

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2016

ΘΕΜΑ 1^ο :

Α) Να αναφέρετε 8 ιδιότητες των ανισοτήτων.

Μονάδες 12

Β) Να συμπληρώσετε τα κενά:

α) $(\alpha + \beta)^3 =$

β) $(\alpha + \beta - \gamma)^2 =$

γ) $\alpha^3 + \beta^3 =$

Μονάδες 3

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος.

i) Αν $\alpha > \beta$ τότε $\alpha - \gamma > \beta - \gamma$.

ii) Αν $\alpha \cdot \beta > 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$.

iii) Αν $\alpha^2 > \beta^2$ τότε $\alpha > \beta$.

iv) Αν $\alpha \neq 0$ και $\alpha \cdot \beta > \alpha \cdot \gamma$ τότε $\beta > \gamma$.

v) $\alpha^2 + \beta^2 \leq 0$ αν και μόνο αν $\alpha = 0$ και $\beta = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

A) Αν $(2\alpha + 3\beta)^2 = 2(4\alpha^2 + 9\beta^2)$ να δείξετε ότι $\alpha = \frac{3}{2}\beta$.

Μονάδες 13

B) Αν $1 < x < 4$ και $2 < y < 5$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθενιάς από τις παραστάσεις:

i) $A = 2x + y$ ii) $B = x - y$ iii) $\Gamma = x^2 + y^2$ iv) $\Delta = \frac{x}{y}$

Μονάδες 12**ΘΕΜΑ 3^ο**

A) i) Να δείξετε ότι $\frac{(x+y)^2}{4} \geq x \cdot y$, για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.

ii) Πότε ισχύει η ισότητα;

Μονάδες 8

B) Αν $x, y \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε $x + y = 10$, να δείξετε ότι:

i) $x^2 + y^2 \geq 50$

ii) $x \cdot y \leq 25$

iii) Από όλα τα ορθογώνια με περίμετρο 20m, να δείξετε ότι το τετράγωνο έχει το μέγιστο εμβαδόν.

Μονάδες 7+7+3

ΘΕΜΑ 4^ο :

A) Αν $\alpha < 5 < \beta$, να δείξετε ότι $\alpha \cdot \beta - 5\alpha - 5\beta + 25 < 0$.

Μονάδες 7

B) Δίνονται οι παραστάσεις $K = 2\alpha^2 + \beta^2 + 9$ και $\Lambda = 2\alpha(3 - \beta)$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι: $K - \Lambda = (\alpha^2 + 2\alpha \cdot \beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9)$.

ii) Να δείξετε ότι $K \geq \Lambda$, για κάθε τιμή των α, β .

iii) Για ποιές τιμές των α, β ισχύει η ισότητα $K = \Lambda$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6+6+6

Καλή επιτυχία !!!