

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2015

ΘΕΜΑ 1^ο :

Α) Να διατυπώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού x .
Τι εκφράζει γεωμετρικά η απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού;

Μονάδες 12

Β) Να σημειώσετε το **Σ**(Σωστό) ή το **Λ**(Λάθος) σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

i) Αν $a > b$ και $\gamma > \delta$ τότε $a - \gamma > b - \delta$.

ii) Ισχύει ότι: $|3 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 3$.

iii) Αν $a < b < 0$ τότε $a^2 > b^2$.

iv) Ισχύει ότι: $|x - 5| = -|5 - x|$, για κάθε πραγματικό αριθμό x .

v) Αν $x^2 > xy$ τότε $x > y$.

Μονάδες 5

Γ) Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $>$, \leq , \geq , $=$) τα κενά στις επόμενες προτάσεις:

i) Ισχύει ότι $|a + b| \dots\dots |a| + |b|$, για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$.

ii) Ισχύει ότι $|x| \dots\dots 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

iii) Αν $0 < a < b$ τότε $\frac{1}{a} \dots\dots \frac{1}{b}$.

iv) Αν $a \leq -2$ και $b \leq -3$ τότε $ab \dots\dots 6$.

Μονάδες 4

Δ) Αν α, β, x, y είναι πραγματικοί αριθμοί να συμπληρώσετε τις επόμενες ισότητες:

i) $|x|^2 =$ ii) $|\frac{\alpha-\beta}{\beta-\alpha}| =$, $\alpha \neq \beta$ iii) $|2y| =$ iv) $|\frac{x}{y}| =$, $y \neq 0$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2^ο :

Δίνεται η παράσταση $A = |x-2| + |y-3| + 3$, με x, y πραγματικούς αριθμούς για τους οποίους ισχύει ότι: $1 < x < 2$ και $3 < y < 4$. Να αποδείξετε ότι:

i) $A = y - x + 2$

ii) $3 < A < 5$

iii) $\frac{1}{4} < \frac{x}{y} < \frac{2}{3}$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3^ο :

A) Δίνεται η παράσταση $A = \frac{(x^2 - 5x + 6)(x^3 + 1)}{(1 - x^2)(x^2 - x - 2)}$

i) Να βρείτε για ποιές τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση A.

ii) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

Μονάδες 12

B) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\alpha + \beta = 1$ να δείξετε ότι: $(\alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha\beta = 1$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο :

A) Να δείξετε ότι : $x^2 + y^2 + 3 > 2(x+y)$, για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 13

B) Για κάθε αρνητικό πραγματικό αριθμό α , να δείξετε ότι :

i) $\alpha + \frac{1}{\alpha} \leq -2$

ii) Πότε ισχύει η ισότητα;

Μονάδες 12

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!