ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΦΕΤΗΡΙΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΙΑΝΟΥΑΡΊΟΥ 2024

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 4

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ώρες

ΘΕΜΑ Α

Α1/

i. Τι ονομάζουμε πολυώνυμο ως προς x;

ii. Ποιο πολυώνυμο ονομάζεται σταθερό;

iii. Ποιο πολυώνυμο ονομάζεται μηδενικό;

iv. Έστω πολυώνυμο P(x). Ποια αριθμητική τιμή του πολυωνύμου ισούται με το σταθερό όρο του πολυωνύμου;

v. Έστω πολυώνυμο P(x). Ποια αριθμητική τιμή του πολυωνύμου ισούται με το άθροισμα των συντελεστών του πολυωνύμου;

Μονάδες 10

Α2/

i. Πότε θα λέμε ότι δύο πολυώνυμα είναι ίσα;

ii. Τι ονομάζεται βαθμός ενός πολυωνύμου που δεν είναι το μηδενικό πολυώνυμο;

iii. Ποιο πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού και για ποιο πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός;

Μονάδες 5

Α3/ Θεωρούμε τα πολυώνυμα Ρ(x), δ(x), Π(x) και U(x) για τα οποία ισχύει το εξής: όταν το Ρ(x) διαιρεθεί με το δ(x), δίνει πηλίκο Π(x) και υπόλοιπο U(x). Ποια αλγεβρική σχέση συνδέει αυτά τα πολυώνυμα και το γνωρίζετε για το βαθμό των πολυωνύμων Π(x) και U(x);

Μονάδες 5

Α4/ Να δείξετε ότι:

Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου Ρ(x) με το $x-$ ρ, είναι ο αριθμός U, όπου U=P(ρ).

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1/ Έστω το πολυώνυμο $P(x)$ με:

$$P(x)=(\lambda^2-9)x^3+(\lambda^2-3\lambda)x^2+(\lambda^2-4\lambda+3)x+\eta\mu\frac{\lambda\pi}{2}, x\in\mathbb{R}$$

Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού λ ώστε το $P(x)$ να είναι:

i. Τρίτου βαθμού

ii. Δευτέρου βαθμού

iii. Μηδενικού βαθμού

Μονάδες 10

Β2/ Δίνονται τα πολυώνυμα

$\mathrm{P}(x)=(\alpha+\beta)x^2-(\beta-1)x+\beta$ και

$\mathrm{Q}(x)=(\beta-1)x^3+(\beta-2\alpha)x^2-\alpha x-\beta$

τα οποία έχουν ως κοινή ρίζα τον αριθμό -1.

i. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β.

Μονάδες 10

ii. Αν α = 1 και β = 0, να βρείτε πολυώνυμο R(x) για το οποίο ισχύει:

$(x+3)\cdot\mathrm{R}(x) = \mathrm{Q}(x)-\mathrm{P}(3)$ για κάθε πραγματικό αριθμό x.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Γ1/ Έστω το πολυώνυμο $P(x)$ όπου $P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 4x - 6,\ x \in \mathbb{R}$

i. Να γίνει η διαίρεση $P(x) : (x^2 - x + 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης.

ii. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < -2$.

Μονάδες 10

Γ2/ Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 + 2\lambda)x^4 + \left(\frac{\lambda+2}{2}\right)x^3 + \alpha x^2 - 7x + 4$ το οποίο είναι 3^{ου} βαθμού και έχει ως ρίζα τον αριθμό 1.

i. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και λ.

Μονάδες 5

ii. Αν $\alpha = 2,\ \lambda = 0$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

Μονάδες 5

iii. Δίνεται το πολυώνυμο $Q(x) = P\,(P(x))$. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $Q(x)$ στη θέση 1.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δ1/ Έστω πολυώνυμο P(x) το οποίο έχει ρίζα τον αριθμό 2 και η αριθμητική τιμή του για x = 1 είναι το 2. Θεωρούμε επίσης το πολυώνυμο

$$Q(x) = (2x-3)^{2017} - (P(x)-1)^{2019} + x$$

Να βρείτε:

α) Την τιμή της παράστασης $\Pi = \left(\frac{P(2)-P(1)}{2}\right)^{2013}$.

Μονάδες 4

β) Την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου Q(x) για x = 2.

Μονάδες 4

γ) Το άθροισμα των συντελεστών του Q(x).

Μονάδες 3

Δ2/ Δίνονται τα πολυώνυμα $\mathrm{P}(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 1$ και $\mathrm{Q}(x) = x^2 + 1$.

α) Να κάνετε τη διαίρεση $\mathrm{P}(x)$: $\mathrm{Q}(x)$ και να αποδείξετε ότι για το υπόλοιπο της διαίρεσης υ(x) ισχύει ότι υ(x) = (β−1)x −α −1 για κάθε πραγματικό αριθμό x.

Μονάδες 7

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές των πραγματικών αριθμών α και β για τις οποίες το P(x) διαιρείται ακριβώς με το $x^2 + 1$.

Μονάδες 7

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!