

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023**

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ΩΡΕΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A<sub>1</sub>** Δίνονται οι συναρτήσεις:  $f:f(x) = \eta\mu x$ ,  $g:g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ ,  $h:h(x) = \epsilon\phi x$  και  $\phi:\phi(x) = \sigma\phi x$ .

- ι) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων;
- ιι) Ποιες είναι άρτιες και ποιες περιττές;
- ιιι) Ποια είναι η περίοδός τους;
- ιιιι) Να γραφούν από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο οι αριθμοί:
  - α)  $\sigma\upsilon\nu 185^\circ$ ,  $\sigma\upsilon\nu 190^\circ$ ,  $\sigma\upsilon\nu 195^\circ$ ,  $\sigma\upsilon\nu 200^\circ$ ,
  - β)  $\sigma\upsilon\nu 25^\circ$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ$ ,  $\sigma\upsilon\nu 35^\circ$ ,  $\sigma\upsilon\nu 40^\circ$ .
  - γ)  $\eta\mu 185^\circ$ ,  $\eta\mu 190^\circ$ ,  $\eta\mu 195^\circ$ ,  $\eta\mu 200^\circ$ ,
  - δ)  $\eta\mu 25^\circ$ ,  $\eta\mu 30^\circ$ ,  $\eta\mu 35^\circ$ ,  $\eta\mu 40^\circ$ .

**Μονάδες 7**

**A<sub>2</sub>**

- ι) Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται σταθερό;
- ιι) Πότε ένα πολυώνυμο λέγεται μηδενικό;
- ιιι) Τι ονομάζεται βαθμός ενός πολυωνύμου;
- ιιιι) Για ποιο πολυώνυμο δεν ορίζεται ο βαθμός;
- ιιιιι) Αν γνωρίζουμε ότι τα πολυώνυμα  $P(x)$ ,  $Q(x)$  είναι μη μηδενικά, τι γνωρίζετε για τον βαθμό του γινομένου  $P(x) \cdot Q(x)$ ;
- ιιιιιι) Πότε ένας αριθμός  $\rho \in \mathbb{R}$  ονομάζεται ρίζα ενός πολυωνύμου  $P(x)$ ;

**Μονάδες 12**

**A<sub>3</sub>** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισοδυναμίες:

- ι)  $\eta\mu x = \eta\mu \theta \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{ } \end{array} \right.$
- ιι)  $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \theta \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{ } \end{array} \right.$
- ιιι)  $\epsilon\phi x = \epsilon\phi \theta \Leftrightarrow \text{ } \quad \text{ιιιι) } \sigma\phi x = \sigma\phi \theta \Leftrightarrow \text{ } \quad \text{Μονάδες 2}$

**A<sub>4</sub>** Να συμπληρωθούν τα κενά:

$\eta\mu x = 1 \Leftrightarrow x =$	$\sigma\upsilon\nu x = 1 \Leftrightarrow x =$
$\eta\mu x = -1 \Leftrightarrow x =$	$\sigma\upsilon\nu x = -1 \Leftrightarrow x =$
$\eta\mu x = 0 \Leftrightarrow x =$	$\sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow x =$

**Μονάδες 4**

### ΘΕΜΑ Β

**B<sub>1</sub>** Να λυθούν οι εξισώσεις:

ι)  $2\eta\mu x - 1 = 0$ ,

ιι)  $\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu x = 0$ ,

ιιι)  $2\eta\mu^2 x + 1 = -\sigma\upsilon\nu x$ .

**Μονάδες 12**

**B<sub>2</sub>** Να λυθεί η εξίσωση:  $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$ , στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$ .

**Μονάδες 9**

**B<sub>3</sub>** Να λυθεί η εξίσωση:  $\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu 4x = 2$ .

**Μονάδες 4**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα πολυωνύμου  $P(x) = (\lambda^2 - 4)x^3 - (\lambda^2 + \lambda - 2)x^2 + (\lambda^3 + 8)x + (\lambda^2 + 3\lambda + 2)$  και  $Q(x) = (-3\lambda - 6)x^2 + (\lambda + 2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Γ<sub>1</sub>** Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε το πολυώνυμο  $P(x)$  να είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

**Μονάδες 7**

**Γ<sub>2</sub>** Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε το πολυώνυμο  $P(x)$  να είναι τρίτου βαθμού.

**Μονάδες 6**

**Γ<sub>3</sub>** Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε τα πολυώνυμα  $P(x)$  και  $Q(x)$  να είναι ίσα.

**Μονάδες 7**

**Γ<sub>4</sub>** Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε το πολυώνυμο  $Q(x)$  να έχει ως ρίζα τον αριθμό  $-1$ .

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ<sub>1</sub>** Έστω πολυώνυμο  $P(x)$  το οποίο έχει ρίζα τον αριθμό 2 και η αριθμητική τιμή του για  $x = 1$  είναι το 2. Θεωρούμε επίσης το πολυώνυμο:

$$Q(x) = (2x - 3)^{2022} - (P(x) - 1)^{2023} + x.$$

Να βρεθούν:

**α)** Η τιμή της παράστασης  $\Pi = \left( \frac{P(2) - P(1)}{2} \right)^{2023}$ .

**β)** Η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου  $Q(x)$  για  $x = 2$ .

**γ)** Το άθροισμα των συντελεστών του  $Q(x)$ .

**Μονάδες 12**

**Δ<sub>2</sub>** Δίνονται τα πολυώνυμα:

$P(x) = (\alpha + \beta)x^2 - (\beta - 1)x + \beta$  και  $Q(x) = (\beta - 1)x^3 + (\beta - 2\alpha)x^2 - \alpha x - \beta$   
τα οποία έχουν κοινή ρίζα το  $-1$ .

**α)** Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$ .

**β)** Αν  $\alpha = 1$  και  $\beta = 0$ , να βρεθεί το πολυώνυμο  $R(x)$  για το οποίο ισχύει:

$(x + 3)R(x) = Q(x) - P(3)$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 13**

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**

συν