

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2023

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : ΤΕΣΣΕΡΙΣ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ώρες

ΘΕΜΑ Α

A1/

α) Τι ονομάζουμε γραμμική εξίσωση με δύο αγνώστους x και y ;

Μονάδες 2

β) Τι ονομάζουμε λύση μιας γραμμικής εξίσωσης με αγνώστους x και y ;

Μονάδες 2

γ) Πότε μία γραμμική εξίσωση παριστάνει ευθεία;

Μονάδες 2

A2/

α) Έστω A και B δύο μη κενά σύνολα. Τι ονομάζουμε συνάρτηση του συνόλου A στο σύνολο B ;

Μονάδες 2

β) Έστω συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A .

Πότε λέμε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο A και πότε γνησίως φθίνουσα στο A ;

Μονάδες 3

A3/

Να αποδείξετε ότι αν μία συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνήσια αύξουσα στο A , τότε για κάθε $x_1 \in A$, $x_2 \in A$, ισχύει η ισοδυναμία:

$$f(x_1) < f(x_2) \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

Μονάδες 4

A4/

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Η συνάρτηση $f: f(x) = \alpha x + \beta$ με $\alpha < 0$ είναι γνησίως φθίνουσα.
- ii. Μία γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μία ρίζα.
- iii. Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ , όταν υπάρχουν $x_1 \in \Delta$, $x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ και $f(x_1) > f(x_2)$.
- iv. Έστω η ευθεία ε με εξίσωση: $\alpha x + \beta y = \gamma$.
1. Αν $\beta \neq 0$ τότε η ευθεία ε έχει συντελεστή διεύθυνσης $-\frac{\alpha}{\beta}$.
 2. Αν $\alpha = 0$, τότε η ευθεία ε είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, \frac{\gamma}{\beta})$.
- v. Έστω ότι οι εξισώσεις του συστήματος $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ παριστάνουν τις ευθείες ε και ε' .
- Αν οι ευθείες ε και ε' είναι παράλληλες, τότε το σύστημα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Να λυθούν τα συστήματα:

i.
$$\begin{cases} 0,3x - 0,7y = 0,2 \\ \frac{x}{3} - \frac{2(y-1)}{7} = 1 \end{cases}$$

ii.
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = -2 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

iii.
$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{5} \\ x+y = 16 \end{cases}$$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Γ

Γ1/ Να βρεθεί η τιμή του $\alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$ ώστε το σημείο τομής των ευθειών $(\varepsilon_1): y = \alpha x + 1$ και $(\varepsilon_2): x + y = \alpha^2$ να ανήκει στον άξονα $y'y$. Για $\alpha = 1$ να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 13

Γ2/ Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 40m. Αν αυξήσουμε τη μία πλευρά κατά 2m και την άλλη κατά 3m, τότε το εμβαδόν του αυξάνει κατά 58m². Να βρεθούν οι διαστάσεις του ορθογωνίου.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Δ

Δ1/ Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ γνήσια μονότονη της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(2, 3)$ και $B(-1, 5)$.

- i. Να προσδιορίσετε τη μονοτονία της f .
- ii. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(2\sqrt{3})$, $f(3\sqrt{2})$.
- iii. Να λύσετε την ανίσωση $f(x^2-x) > 3$.
- iv. Να δείξετε ότι $f(\alpha^2+9) \leq f(6\alpha)$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

Δ2/ Έστω η συνάρτηση $f: f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{a}{x} - 5$, $x \in (0, +\infty)$. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(1, -6)$ τότε:

- i. Να βρείτε την τιμή του a .
- ii. Εάν $\alpha = 4$ να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.
- iii. Να λύσετε την ανίσωση $3\sqrt{x} > \frac{4}{x} + 5$.

ΑΡΧΗ 4ης ΣΕΛΙΔΑΣ

iv. Να λυθεί η ανίσωση $3|x| - \frac{4}{x^2} > -1$.

v. Για κάθε $\omega > 0$, να αποδείξετε ότι $f(\omega) + f(\omega+3) < f(\omega+1) + f(\omega+5)$.

Μονάδες 15

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!

συν