



ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΘΕΜΑ Α

- A₁** Τι ονομάζουμε γραμμική εξίσωση με αγνώστους x y ; **Μονάδες 4**
- A₂** i) Τι ονομάζουμε σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους;
ii) Ποιές μεθόδους γνωρίζετε για την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος 2×2 ; (Να γίνει απλή περιγραφή) **Μονάδες 12**
- A₃** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) τις προτάσεις:
i) Η ευθεία με εξίσωση (ε) : $y = 3$ είναι κάθετη στον άξονα y' y .
ii) Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 σύστημα έχει δύο λύσεις διαφορετικές μεταξύ τους, τότε έχει άπειρες λύσεις.
iii) η εξίσωση $ax + by = \gamma$ με $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$ «παριστάνει» πάντα ευθεία γραμμή.
iv) Αν σε ένα γραμμικό σύστημα 2×2 ισχύει ότι $D = 0$, τότε το σύστημα είναι πάντα αδύνατο.
v) Ένα ομογενές γραμμικό σύστημα 3×3 είναι πιθανό να είναι αδύνατο. **Μονάδες 5**
- A₄** Θεωρήστε τον ισχυρισμό:
«Αν $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$ και οι a, b δεν είναι συγχρόνως μηδέν, τότε η εξίσωση $ax + by = \gamma$ παριστάνει ευθεία η οποία είναι πάντα γραφική παράσταση συνάρτησης»
i) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή με το γράμμα A ή ως ψευδή με το γράμμα Ψ .
ii) Στην περίπτωση που απαντήσετε «Αληθής» να δώσετε απόδειξη, αν απαντήσετε «Ψευδής» να δώσετε ένα αντιπαράδειγμα. **Μονάδες 4(1+3)**

Θέμα Β

B₁ Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} x = \frac{y}{2} = \frac{\omega}{3} \\ 3x + 2y + 3\omega = -16 \end{cases}, \quad \beta) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{\omega} = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{\omega} = 7 \end{cases}$$

Μονάδες 14

B₂ α) Να λύσετε το σύστημα (Σ_1): $\begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$

Μονάδες 8

β) Θεωρούμε το σύστημα (Σ_2): $\begin{cases} |xy| = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$

Είναι οι λύσεις του συστήματος (Σ_1) και λύσεις του συστήματος (Σ_2);

Μονάδες 3

Θέμα Γ

Γ₁ Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με περίμετρο ίση με 24 cm έχει την ακόλουθη ιδιότητα: *Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 3 cm και ελαττώσουμε το πλάτος του κατά 2 cm, θα προκύψει ένα ορθογώνιο με εμβαδόν διπλάσιο του εμβαδού του αρχικού ορθογωνίου.*

α) Να εκφράσετε την παραπάνω κατάσταση με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

β) Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου.

Μονάδες 13

Γ₂ Δίνεται ένα γραμμικό 2x2 σύστημα με ορίζουσες D, D_x, D_y . Αν για αυτές ισχύει: $D_x^2 + D_y^2 + 2D^2 = 2(D_x - D + D \cdot D_y - 1)$ τότε:

i) Να βρεθούν οι D, D_x και D_y .

ii) Να βρεθεί η λύση του συστήματος.

Μονάδες 12

Θέμα Δ

Δ₁ Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} (\alpha - 1)x + 3y = 3 \\ x + (\alpha + 1)y = 3 \end{cases}$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

Να δειχθεί ότι αν το σύστημα έχει μοναδική λύση την (x_0, y_0) , τότε $x_0 = y_0$.

Μονάδες 13

Δ₂ Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το σύστημα:

i) έχει άπειρες σε πλήθος λύσεις και να δώσετε τη μορφή τους,

ii) δεν έχει λύση.

Μονάδες 9(6+3)

Δ₃ Να βρεθεί η σχετική θέση των δύο ευθειών, που προκύπτουν από τις εξισώσεις του παραπάνω συστήματος για $\alpha = 2$.

Μονάδες 3

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!