

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : ΤΡΕΙΣ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ώρες

ΘΕΜΑ Α

- A1/** Να δώσετε τον ορισμό της γωνίας ενός ακτινίου.
Αν μία γωνία ω είναι μ° και α rad τότε ποια σχέση υπάρχει μεταξύ μ και α ;

Μονάδες 5

- A2/** Τι ονομάζουμε τριγωνομετρικό κύκλο;
Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μίας γωνίας ω με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου.

Μονάδες 5

- A3/** Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f: f(x) = \eta\mu x, x \in \mathbb{R}$ και $g: g(x) = \sigma\upsilon\nu x, x \in \mathbb{R}$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

Να κατασκευάσετε το σχετικό πίνακα που να φανερώνει το είδος της μονοτονίας των συναρτήσεων f και g στα διαστήματα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right], \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right], \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ και $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$ καθώς και τις τιμές τους στα άκρα των παραπάνω διαστημάτων.

Μονάδες 5

- A4/** i) Πότε μία συνάρτηση λέγεται περιοδική;
ii) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης $f: f(x) = 2\eta\mu\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 5$;

Μονάδες 5

A5/ Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισοδυναμίες.

$$\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ \text{ή} \\ x = \end{cases}$$

$$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ \text{ή} \\ x = \end{cases}$$

$$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta \Leftrightarrow x =$$

$$\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta \Leftrightarrow x =$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1/ Έστω γωνία ω τέτοια ώστε $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{5}{13}$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$.

- α)** Να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .
- β)** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{\eta\mu(3\pi - \omega) \cdot \eta\mu\left(\frac{7\pi}{2} - \omega\right)}{\sigma\varphi\left(\frac{9\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\varphi(13\pi + \omega)}$$

Μονάδες 10

B2/ Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $2\eta\mu 3x - \sqrt{3} = 0$

β) $\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) = \sqrt{3}$

γ) $2\sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu x - 2 = 0$

δ) $2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu x = 0$

ε) $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 0$ στο $[0, 2\pi]$

ΘΕΜΑ Γ

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f: f(x) = \alpha + \beta \cdot \eta\mu 2x$, $x \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta \in \mathbb{R}$ διέρχεται από τα σημεία $M\left(\frac{7\pi}{12}, 2\right)$ και $N\left(\frac{5\pi}{12}, 4\right)$

- Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$ και $\beta = 2$.
- Γ2. Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .
- Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$.
- Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = f\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$.
- Γ5. Να γίνει η γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, \pi]$.

Μονάδες 25(5+5+5+5+5)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1/ Να αποδείξετε ότι :

$$\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{2\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu^2 x}$$

Μονάδες 10

Δ2/ Έστω η συνάρτηση $f: f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}$, $x \neq \kappa\pi$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

- i. Να δείξετε ότι η f είναι άρτια.
- ii. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{4}{3}$.
- iii. Έστω επιπλέον η συνάρτηση

$$g: g(x) = -\frac{2}{\eta\mu^2 x} - \frac{4}{\sigma\upsilon\nu x}, \quad x \neq \kappa\pi \text{ και } x \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}.$$

Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των f και g δεν έχουν κοινά σημεία.

Μονάδες 15(5+5+5)

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!