

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>** :

**A<sub>1</sub>)** Έστω A και B δύο μη κενά σύνολα. Να διατυπώσετε τον ορισμό της συνάρτησης του συνόλου A στο σύνολο B.

**A<sub>2</sub>)** Πότε μια ακολουθία  $(a_n)$ , λέγεται αριθμητική πρόοδος;

**Μονάδες 15**

**B)** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».

**i)** Αν για το τριώνυμο  $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$  ισχύει ότι  $a \cdot f(1) < 0$ , τότε έχει δύο άνισες ρίζες.

**ii)** Το σημείο  $M(x, 2)$  με  $x > 0$  ανήκει στον θετικό ημιάξονα  $Ox$ .

**iii)** Υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης  $f$  με την ίδια τετμημένη.

**iv)** Τρεις αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής πρόοδου αν και μόνο αν  $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$ .

**v)** Αν τριώνυμο  $f(x) = 3x^2 + ax + \beta - 2$  έχει ρίζες τους αριθμούς  $-3$  και  $1$  τότε

$$f\left(\frac{1}{2^{10}}\right) < 0.$$

**Μονάδες 10**

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> :

**A)** Σε αριθμητική πρόοδο έχουμε ότι  $a_5 = 18, a_{11} = 48$ .

i) Να δείξετε ότι  $a_1 = -2, \omega = 5$ .

ii) Ποιος είναι ο 30<sup>ος</sup> όρος της προόδου;

iii) Να βρεθεί το άθροισμα των 30 πρώτων όρων.

iv) Να βρεθεί το άθροισμα από τον 21<sup>ο</sup> όρο μέχρι τον 30<sup>ο</sup> όρο.  
(συμπεριλαμβανομένων και αυτών)

**Μονάδες 16**

**B)** Έστω γεωμετρική πρόοδος 3,6,12,... . Να βρείτε

i) το λόγο  $\lambda$  και τον 10<sup>ο</sup> όρο της προόδου.

ii) τον όρο της προόδου που ισούται με 3072.

iii) το άθροισμα των 8 πρώτων όρων.

**Μονάδες 9**

## ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> :

**A)** Δίνεται η συνάρτηση  $f : f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

ii) Να απλοποιήσετε τον τύπο της  $f$ .

iii) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της  $f$

με τους άξονες  $\chi'\chi$  και  $\gamma'\gamma$ .

**B)** Δίνεται η συνάρτηση  $f : f(x) = x^2 + x + 1, x \in \mathbb{R}$ .

i) Να αποδείξετε ότι η  $C_f$  δεν τέμνει τον άξονα  $\chi'\chi$ .

ii) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της  $C_f$  που βρίσκονται κάτω από την ευθεία  $y = 2x + 3$ .

iii) Έστω  $M(x,y)$  σημείο της  $C_f$ . Αν για την τετμημένη  $x$  του σημείου  $M$  ισχύει ότι  $|2x-1| < 3$ , τότε να δείξετε ότι το σημείο αυτό βρίσκεται κάτω από την ευθεία  $y=2x+3$ .

**Μονάδες 25**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup> :**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: f(x) = (\lambda+1)x^2 - (\lambda+1)x + 2, x \in \mathbb{R}$  και  $\lambda$  δεδομένος πραγματικός αριθμός.

i) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(0,2)$ .

ii) Για  $\lambda = -1$ , να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$ .

iii) Αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $B(2,0)$  να βρείτε την τιμή του  $\lambda$  και να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει και τον  $x'x$  και σε άλλο σημείο.

iv) Για  $\lambda = 1$  να δείξετε ότι η  $C_f$  βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 25**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**