

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2021

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> :****A) 1)** Τι ονομάζεται ταυτότητα;**2)** Να συμπληρωθούν και να γραφούν στο γραπτό σας οι παρακάτω ισότητες

( αξιοσημείωτες ταυτότητες )

$$(\alpha + \beta)^2 = \dots, \quad (\alpha - \beta)^2 = \dots, \quad (\alpha + \beta)^3 = \dots, \quad (\alpha - \beta)^3 = \dots,$$

$$(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots, \text{ και } (\alpha + \beta - \gamma)^2 = \dots .$$

**3)** Να συμπληρωθούν και να γραφούν στο γραπτό σας οι ισότητες:

$$\alpha) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 \dots \quad \beta) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2 \dots$$

Μονάδες: 2,5

**B) 1)** Να γραφεί και να αποδειχθεί η ταυτότητα τετράγωνο αθροίσματος.**2)** Να αποδειχθεί η ταυτότητα κύβος διαφοράς:  $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$ .

Μονάδες: 2,5

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> :****A)** Να βρεθούν τα αναπτύγματα των :

$$1) (x-3)^2 \quad 2) (2x-4y)^2 \quad 3) \left(4x^2 - \frac{1}{2x}\right)^2 \quad 4) (2x^2 - 3x)^3 \quad 5) (x^2 - 3x + 5)^2$$

Μονάδες: 2

**B)** Να γίνουν οι πράξεις στις αλγεβρικές παραστάσεις:

$$1) (2x^2 - 4x)(3x^2 - 1) - (5x^2 + 3x)^2 \quad 2) 3x^2(2x-1) - (x-2)^3$$

Μονάδες: 1

**Γ) 1)** Δείξτε ότι :  $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha^4 - \beta^4$ ,και υπολογίστε το γινόμενο :  $9 \cdot 11 \cdot 101$  εφαρμόζοντας την παραπάνω ταυτότητα.

2) Αν  $x = 5 + 3\sqrt{2}$ ,  $y = 5 - 3\sqrt{2}$  να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = x^2 - x \cdot y, \quad B = x^2 - y^2.$$

Μονάδες: 2

### ΘΕΜΑ 3<sup>0</sup> :

A) Αν  $x + \frac{1}{x} = 5$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$A = x^2 + \frac{1}{x^2}, \quad B = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

Μονάδες: 2

B) 1) Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

$$\alpha) \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \beta) \frac{2}{\sqrt{5}+1} \quad \gamma) \frac{4}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

2) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{2}{3+\sqrt{5}} + 2 \cdot (3-\sqrt{5})^{-1} = 3$

Μονάδες: 2

Γ) Αν  $x - y = -3$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:  $A = (x + y)^2 - 4xy$ .

Μονάδες: 1

### ΘΕΜΑ 4<sup>0</sup> :

A) Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ), φέρνουμε τη διάμεσο  $A\Delta$  και παίρνουμε σημεία  $E$  και  $Z$  στις ίσες πλευρές του  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα, ώστε  $BE = \Gamma Z$ .

1) Να δείξετε ότι:  $\hat{B}\hat{E}\hat{\Delta} = \hat{\Gamma}\hat{Z}\hat{\Delta}$ .

2) Να δικαιολογήσετε ότι το τρίγωνο  $E\Delta Z$  είναι ισοσκελές.

3) Να δείξετε ότι η  $A\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $E\Delta Z$ .

Μονάδες: 3

B) Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι προς τις ίσες πλευρές ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

Μονάδες: 2

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**