

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ 1^ο :

A) Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

Η εξίσωση $x^ν = α$:

i) Με $α > 0$ και $ν$ περιττό φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μία λύση την

..... .

ii) Με $α > 0$ και $ν$ άρτιο φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς δύο λύσεις τις

..... και

iii) Με $α < 0$ και $ν$ περιττό φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μία λύση την

..... .

iv) Με $α < 0$ και $ν$ άρτιο φυσικό αριθμό

Μονάδες 15

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος.

i) Αν οι συντελεστές $α$ και $γ$ της $αx^2 + βx + γ = 0$ είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.

ii) Αν το 1 είναι ρίζα της $αx^2 + βx + γ = 0$ τότε $α + β + γ = 0$.

iii) Η εξίσωση $λx^2 + 4(λ - 1)x - 3 = 0$ είναι δευτέρου βαθμού, για κάθε τιμή του $λ ∈ ℝ$.

iv) Η εξίσωση $x^{2017} = a, a < 0$ είναι αδύνατη στο $ℝ$.

v) Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0, α ≠ 0$ έχει δύο άνισες ρίζες όταν $Δ ≥ 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :

Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $4x^3 - 49x = 0$

ii) $x^3 + 7 = 0$

iii) $x^{24} + 24 = 0$ iv) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = |x - 1|$ v) $\frac{x^2 + x - 2}{x + 2} = 0$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3^ο :

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda^2 - 1 = 0$ (1), με $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της (1) είναι $\Delta = -8\lambda + 8$

ii) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η (1) να έχει δύο άνισες ρίζες.

iii) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η (1) να έχει μία διπλή ρίζα.

iv) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η (1) να μην έχει ρίζες στο \mathbb{R} .

Μονάδες 7+6+6+6

ΘΕΜΑ 4^ο :

A) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$

i) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι $\Delta = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.

ii) Να δείξετε ότι οι ρίζες τα εξίσωσης είναι $\sqrt{3}$ και $-\sqrt{2}$.

Μονάδες 10

B) α) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 2x - 3 = 0$ (1)

β) Δίνονται οι ομόσημοι αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει

$$\alpha^2 - 2\alpha \cdot \beta - 3\beta^2 = 0$$

i) Να δείξετε ότι ο αριθμός $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι λύση της (1).

ii) Να αιτιολογήσετε γιατί $\alpha = 3\beta$.

Μονάδες 15

Καλή επιτυχία !!!