

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**  
**ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> :**

**A)**

Να αποδείξετε ότι : « Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτεινουσας. »

**Μονάδες 15**

**B)** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».

**i)** Δεν υπάρχει τρίγωνο στο οποίο το βαρύκεντρο και το ορθόκεντρο να ταυτίζονται.

**ii)** Οι διαγώνιοι ενός ισοσκελούς τραπεζίου διχοτομούνται.

**iii)** Σε τυχαίο τετράπλευρο αν οι διαγώνιοι του τέμνονται κάθετα τότε είναι ρόμβος.

**iv)** Κάθε ύψος ενός τραπεζίου είναι κάθετο στη διάμεσό του.

**v)** Σε κάθε ορθογώνιο οι διαγώνιες διχοτομούν τις γωνίες του.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται κύκλος  $(O, R)$  με διάμετρο  $AB$  και ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  εφαπτόμενες του κύκλου στα άκρα της διαμέτρου  $AB$ . Θεωρούμε ευθεία  $\varepsilon$  εφαπτόμενη του κύκλου στο  $E$ , η οποία τέμνει τις  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  στα  $\Delta$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα.

**α)** Να αποδείξετε ότι:

**i)** το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τραπέζιο

**ii)**  $\Gamma\Delta = A\Delta + B\Gamma$

**iii)** το τρίγωνο  $\Gamma O\Delta$  είναι ορθογώνιο.

**β)** Αν  $\widehat{A\hat{D}E} = 60^\circ$  και η  $O\Delta$  τέμνει τον κύκλο  $(O, R)$  στο σημείο  $K$ , να αποδείξετε ότι το  $K$  είναι μέσο του  $\Delta O$ .

**Μονάδες 6+6+7+6**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB // \Gamma\Delta$ ) με  $\widehat{\Gamma} = 30^\circ$  και έστω  $K$  και  $\Lambda$  τα μέσα των διαγωνίων του. Οι μη παράλληλες πλευρές του  $\Delta A$  και  $\Gamma B$  προεκτεινόμενες τέμνονται κάθετα στο σημείο  $E$ .

**i)** Να αποδείξετε ότι  $AB = 2AE$ .

**ii)** Να αποδείξετε ότι  $K\Lambda = A\Delta$ .

**iii)** Σε ποια περίπτωση το  $AB\Lambda K$  είναι παραλληλόγραμμο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 7+9+9**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup> :**

Δίνεται ευθεία  $\epsilon$  και δύο σημεία  $A$  και  $B$  εκτός αυτής έτσι ώστε η ευθεία  $AB$  να μην είναι κάθετη στην  $\epsilon$ . Φέρουμε  $AD$  και  $BΓ$  κάθετες στην  $\epsilon$  και έστω  $M$  και  $N$  μέσα των  $AB$  και  $ΓΔ$  αντίστοιχα.

**α)** Αν τα  $A$  και  $B$  βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο σε σχέση με την  $\epsilon$ :

**i)** Να εξετάσετε αν το τετράπλευρο  $ABΓΔ$  είναι παραλληλόγραμμο, τραπέζιο ή ορθογώνιο σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας: **1)**  $AD < BΓ$  **2)**  $AD = BΓ$

**ii)** Να εκφράσετε το τμήμα  $MN$  σε σχέση με τα τμήματα  $AD$  και  $BΓ$  στις δυο προηγούμενες περιπτώσεις.

**β)** Αν η ευθεία  $\epsilon$  τέμνει το τμήμα  $AB$  στο μέσο του  $M$ , να βρείτε το είδος του τετραπλεύρου  $AΓBΔ$  (παραλληλόγραμμο, τραπέζιο, ορθογώνιο) και να αποδείξετε ότι τα  $M$  και  $N$  ταυτίζονται. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**γ) (Προαιρετικό)** Αν η ευθεία  $\epsilon$  δεν τέμνει την  $AB$  στο μέσο, να υπολογίσετε την απόσταση του μέσου  $M$  του τμήματος, ως συνάρτηση των αποστάσεων των άκρων του  $A$  και  $B$  από την ευθεία  $\epsilon$  (δηλ. ως συνάρτηση των  $AD$  και  $BΓ$ ).

**Μονάδες 8+8+9**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**