

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2019

ΘΕΜΑ 1^ο :

A) Να διατυπώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού α .

Μονάδες 10

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος και να αιτιολογήσετε όσες χαρακτηρίσετε με Λάθος(Λ).

i) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει ότι $\sqrt{x^2} = x$

ii) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $\sqrt[3]{x^4} = x^{\frac{4}{3}}$

iii) Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$

iv) Για κάθε $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει ότι $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$

v) Ισχύει ότι $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = 1 - \sqrt{2}$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2^ο :

A) Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $|2x - 3| = |x + 1|$

ii) $\|x - 2| - 4| = 5$

iii) $|x - 1| = 3x - 7$

iv) $|x^2 - 1| + |x^2 - 3x + 4| = 0$

Μονάδες 16

B) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = 0$

Μονάδες 5

Γ) Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $|x - 2| = a - 1$ για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 3^ο :

A) Να δείξετε ότι $(1+2\sqrt{5})^2 = 21+4\sqrt{5}$ και στη συνέχεια να βρείτε τον αριθμό $\sqrt{21+4\sqrt{5}}$. Μονάδες 5

B) Να αποδείξετε ότι $\frac{2}{3+\sqrt{5}} + \frac{2}{3-\sqrt{5}} = 3$. Μονάδες 5

Γ) Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + x - 1$.

i) Για ποιές τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση A;

ii) Να απλοποιήσετε την παράσταση A. Μονάδες 10

Δ) Να συγκριθούν οι αριθμοί $\sqrt{7}$ και $\sqrt{4} + \sqrt{3}$. Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο :

A) Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x-1) - 3\lambda x = -2(x+2)$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση γράφεται $(\lambda-1)(\lambda-2)x = (\lambda+2)(\lambda-2)$ (1).

ii) Να λυθεί -διερευνηθεί η εξίσωση (1).

iii) Αν $\lambda = 2020$, ποια είναι η λύση της εξίσωσης;

iv) Για ποιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, λύσεις της εξίσωσης είναι ταυτόχρονα οι αριθμοί 2017, 3^8 , -218 και 1989. Μονάδες 20

B) Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου είναι 8m και 12m. Για να διπλασιάσουμε το εμβαδόν του, αυξάνουμε τη μεγαλύτερη διάσταση κατά 4m. Πόσο πρέπει να αυξήσουμε τη μικρότερη διάσταση; Μονάδες 5

Ευχόμαστε επιτυχία !!!