

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ 1^ο :

A) Να διατυπώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού x . Τι εκφράζει γεωμετρικά η απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού;

Μονάδες 15

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος και να αιτιολογήσετε όσες χαρακτηρίσετε με Λάθος(Λ).

i) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει ότι $\sqrt{x^2} = x$

ii) Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta \geq 0$ τότε $\alpha < \beta \Leftrightarrow \sqrt[n]{\alpha} < \sqrt[n]{\beta}$, για κάθε $n \in \mathbb{N}^*$

iii) Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$

iv) Για κάθε $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει ότι $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$

v) Ισχύει ότι $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = \sqrt{2} - 1$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :

i) Αν $1 < x < 3$, να απλοποιηθεί η παράσταση $A = \frac{14 - 2|3 - x|}{|1 - x| + 5}$.

ii) Να λυθεί η εξίσωση $||x - 2| - 4| = 5$

iii) Να αποδείξετε ότι $\frac{2}{3+\sqrt{5}} + \frac{2}{3-\sqrt{5}} = 3$.

Μονάδες 8+9+8

ΘΕΜΑ 3^ο :

A) Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + x - 1$.

- i) Για ποιές τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση A;
- ii) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

B) Δίνεται ο πραγματικός αριθμός x για τον οποίο ισχύει $d(x, 2) < 3$

i) Να αποδείξετε ότι $-1 < x < 5$

ii) Να απλοποιήσετε την παράσταση $K = \frac{|x+1| + |x-5|}{3}$

Μονάδες 7+8+4+6

ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x+2) + 5\lambda - 6 = 9x + 3\lambda^2$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση γράφεται $(\lambda-3)(\lambda+3)x = (\lambda-3)(\lambda-2)$

ii) Για ποιές τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει μοναδική λύση;

iii) Για ποιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση είναι αδύνατη;

iv) Για ποιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση είναι ταυτότητα;

v) Για ποιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, λύσεις της εξίσωσης είναι ταυτόχρονα οι αριθμοί 2017, 3^8 , -218 και 1989.

Μονάδες 5+5+5+5+5

Προαιρετικό

Αν $\alpha, \beta \in [1, 2018]$ και $|\alpha - \beta| \geq 2017$, να βρεθούν οι α, β .

Καλή επιτυχία !!!