

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 2

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ώρες

ΘΕΜΑ Α

- A₁** Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. **Μονάδες 3**
- A₂** Έστω διάνυσμα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, με $x_1 \neq 0$. Τι ονομάζεται συντελεστής διεύθυνσης του $\vec{\alpha}$; **Μονάδες 4**
- A₃** Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ δύο διανύσματα που δεν είναι παράλληλα στον άξονα $y'y$, με συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα δείξτε ότι:
- i) $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$
- ii) $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$. **Μονάδες 8**
- A₄** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (**Σ**) ή λάθος (**Λ**) τις προτάσεις:
- i) $(\lambda \cdot \vec{\alpha})^2 = \lambda^2 \cdot \vec{\alpha}^2$
- ii) $|\lambda \cdot \vec{\alpha}| = |\lambda| \cdot |\vec{\alpha}|$
- iii) $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})^2 = \vec{\alpha}^2 \cdot \vec{\beta}^2$
- iv) $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
- v) $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}) = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\gamma}$
- vi) $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
- vii) $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
- viii) Αν $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ τότε $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$
- ix) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$.
- x) $\vec{\alpha}^2 = \vec{\beta}^2 \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}$ ή $\vec{\alpha} = -\vec{\beta}$ **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Β

ΤΕΛΟΣ 1ης ΑΠΟ 2 ΣΕΛΙΔΕΣ

B₁ Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τέτοια ώστε $|\vec{\alpha}| = 4$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$ και

$\vec{\alpha}(\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}) = 28$. Να βρεθούν:

ι) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$,

Μονάδες 4

ii) το μέτρο $|\vec{\beta}|$

Μονάδες 4

iii) το γινόμενο $(\vec{\alpha} + 2\vec{\beta})(\vec{\alpha} - \vec{\beta})$.

Μονάδες 4

B₂ Αν $|\vec{\alpha}| = 1$, $|2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}| = \sqrt{28}$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ να υπολογιστούν:

ι) το $|\vec{\beta}|$,

ii) το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$,

Μονάδες 8

iii) ο αριθμός κ , ώστε τα διανύσματα $\kappa\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ να είναι κάθετα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁ Θεωρούμε την ευθεία ε_1 , που τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(3, 0)$ και $B(0, 6)$ αντίστοιχα.

α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε_1 .

Μονάδες 3

β) Αν ε_2 είναι η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ε_1 , τότε να βρείτε:

ι) την εξίσωση της ευθείας ε_2 ,

Μονάδες 3

ii) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 .

Μονάδες 4

Γ₂ Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$,

$\vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$. Να βρεθούν:

α) το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$,

β) το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$,

Μονάδες 6

γ) τα $|\vec{\gamma}|$, $|\vec{\delta}|$,

δ) η γωνία $(\vec{\gamma}, \vec{\delta})$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(3, -2)$ και $\Gamma(1, 4)$. Να βρεθούν:

α) η εξίσωση της πλευράς του $\Delta\Gamma$,

Μονάδες 4

β) η εξίσωση ενός ύψους του,

Μονάδες 4

γ) η εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς $\Delta\Gamma$,

Μονάδες 4

δ) η εξίσωση μίας διαμέσου του,

Μονάδες 4

ε) η προβολή του B πάνω στην ευθεία $\Delta\Gamma$,

Μονάδες 5

στ) το συμμετρικό του B ως προς την ευθεία $\Delta\Gamma$.

Μονάδες 4

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!