

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2022

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ΩΡΕΣ

ΘΕΜΑ Α

- A₁** Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$. **Μονάδες 4**
- A₂** Έστω διάνυσμα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, με $x_1 \neq 0$. Τι ονομάζεται συντελεστής διεύθυνσης του $\vec{\alpha}$; **Μονάδες 4**
- A₃** Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ δύο διανύσματα που δεν είναι παράλληλα στον άξονα $y'y$, με συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα δείξτε ότι:
 $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$. **Μονάδες 7**
- A₄** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (**Σ**) ή λάθος (**Λ**) τις προτάσεις:
- i) $(\lambda \cdot \vec{\alpha})^2 = \lambda^2 \cdot \vec{\alpha}^2$
 - ii) $|\lambda \cdot \vec{\alpha}| = |\lambda| \cdot |\vec{\alpha}|$
 - iii) $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})^2 = \vec{\alpha}^2 \cdot \vec{\beta}^2$
 - iv) $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
 - v) $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}) = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\gamma}$
 - vi) $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
 - vii) $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
 - viii) Αν $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ τότε $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$
 - ix) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$.
 - x) $\vec{\alpha}^2 = \vec{\beta}^2 \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}$ ή $\vec{\alpha} = -\vec{\beta}$
- Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Β

B₁ Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=2\sqrt{2}$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})=\frac{\pi}{4}$.

Να υπολογίσετε:

ι) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 5

ιι) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\kappa}$ όπου $\vec{\kappa}=\vec{\beta}-2\vec{\alpha}$.

Μονάδες 5

B₂

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, με $2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} = (4, -2)$ και $\vec{\alpha} - 3\vec{\beta} = (-7, 8)$.

ι) Να δειχθεί ότι $\vec{\alpha} = (-1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, -2)$.

Μονάδες 5

ιι) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 5

ιιι) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός κ , ώστε τα διανύσματα $\kappa\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ να είναι κάθετα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁ Θεωρούμε την ευθεία ε_1 , που τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(3, 0)$ και $B(0, 6)$ αντίστοιχα.

α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε_1 .

Μονάδες 4

β) Αν ε_2 είναι η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ε_1 , τότε να βρείτε:

ι) την εξίσωση της ευθείας ε_2 ,

Μονάδες 4

ιι) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 .

Γ₂

Μονάδες 4

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : x + y = 1$ και το σημείο $A(2, 3)$.

α) Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει η ευθεία ε με τον $x'x$.

Μονάδες 4

β) Να βρεθεί η προβολή του σημείου $A(2, 3)$ στην ευθεία ε .

Μονάδες 4

γ) Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου $A(2, 3)$ ως προς την ευθεία ε .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(3, -2)$ και $\Gamma(1, 4)$.

α) Να δειχθεί ότι τα A , B και Γ ορίζουν τρίγωνο $AB\Gamma$.

Μονάδες 3

β) Να βρεθεί η εξίσωση της πλευράς του $A\Gamma$.

Μονάδες 4

- γ) Να βρεθούν οι εξισώσεις δύο υψών του. **Μονάδες 6**
- δ) Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς ΑΓ. **Μονάδες 4**
- ε) Να βρεθεί η εξίσωση μίας διαμέσου του. **Μονάδες 4**
- στ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του ορθόκέντρου του, δηλαδή το σημείο τομής δύο υψών του. **Μονάδες 4**

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

συν