ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022 2023

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ συν ΑΦΕΤΗΡΙΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α ΛΥΚΕΙΟΥ (Α1,Α2)
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΡΤΙΟΥ 2023

ΘΕΜΑ Α

Α₁ Θεωρούμε την εξίσωση (ως προς x): $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ ① με $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}$.
Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

- Αν . . . . τότε η ① είναι εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού ως προς x, και ισχύει ότι:
  - Αν $\Delta>0$, η ① έχει . . . . . άνισες στο $\mathbb{R}$.
  - Αν $\Delta=0$, η ① έχει . . . . . στο $\mathbb{R}$.
  - Αν $\Delta<0$, η ① είναι . . . . . στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Α₂ Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$, τότε να αποδείξετε ότι: $S=x_1+x_2=\dfrac{-\beta}{\alpha}$ και $P=x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$.

Μονάδες 7

Α₃ Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α) Μια εξίσωση της μορφής $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ έχει ρίζες αρνητικές αν και μόνο αν $\Delta\geq 0$ και $S<0$.

β) Ένα τριώνυμο διατηρεί το ίδιο πρόσημο (σταθερό πρόσημο) για κάθε $x\in\mathbb{R}$, αν και μόνο αν $\Delta<0$.

γ) Αν η εξίσωση $x^2-\lambda x+1=0$, $\lambda\in\mathbb{R}^*$ έχει δύο ρίζες άνισες, αυτές είναι αντίστροφες.

Μονάδες 6

Α₄ Έστω τριώνυμο $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha<0$. Αν $x_1=2$ και $x_2=3$ είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

α) $f(\sqrt{7})<0$, β) $f(\sqrt{7})=0$, γ) $f(\sqrt{7})>0$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Β₁ Να αναλυθούν σε γινόμενο παραγόντων όσες από τις παρακάτω παραστάσεις μπορούν να παραγοντοποιηθούν:

α) $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$

β) $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$

γ) $f(x) = x^2 - 3x + 2023$

Μονάδες 9

Β₂ α) Να βρεθεί η τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε ο αριθμός 1 να είναι ρίζα του τριωνύμου $f(x) = x^2 + (\alpha^2 - 7)x - \alpha^2 + 4\alpha - 2$. Στη συνέχεια να βρεθεί (αν υπάρχει) η δεύτερη ρίζα του τριωνύμου.

Μονάδες 8

β) Να λυθεί η ανίσωση: $x(x-2) < f(x) \leq x - 1$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁ Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$,ώστε οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 3x + \lambda + 1 = 0$ να είναι αρνητικές.

Μονάδες 7

Γ₂ Δίνεται το τριώνυμο: $2x^2 + 5x - 1$.

α) Να δειχθεί ότι το τριώνυμο έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.

β) Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου να βρείτε την τιμή της παράστασης $x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

γ) Να προσδιορίσετε μια εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $\frac{1}{x_1}$ και $\frac{1}{x_2}$.

Μονάδες 18

ΘΕΜΑ Δ

Δ₁ Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$,για τις οποίες ισχύει:
$(\lambda - 1)x^2 + (\lambda - 1)x + 1 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 6

Αν κ είναι η μικρότερη ακέραια τιμή του λ του προηγούμενου ερωτήματος ,τότε:

Δ₂ Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 - 3|x| + 2\kappa = 0$.

Μονάδες 6

Δ₃ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{x^2-3|x|+2}{x^2-1}$ και στη συνέχεια

να λύσετε την ανίσωση: $|A| \leq \frac{1}{2}$

Μονάδες 8

Δ₄ Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$,α≠0 και $x \in \mathbb{R}$

τέτοιο ώστε:

- $\alpha > 0$ και
- $f(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Να δείξετε ότι $\alpha + \beta + \gamma > 0$.

Μονάδες 5

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !