

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2019

ΘΕΜΑ 1^ο :

A) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$ να αποδείξετε ότι:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

Μονάδες 15

B) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις:

1. Έστω η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$.
 - i. Αν $\gamma = 0$ τότε η εξίσωση έχει ρίζα το 0.
 - ii. Αν η εξίσωση έχει τουλάχιστον δύο ρίζες, τότε έχει ακριβώς δύο ρίζες.
2. Αν $\gamma < 0$, τότε η εξίσωση $x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες.
3. Η εξίσωση $x^2 - 3\lambda x + 2\lambda^2 = 0$ έχει δύο ρίζες αρνητικές.
4. Η εξίσωση $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ έχει ως ρίζες τους αριθμούς α και β .
5. Υπάρχει εξίσωση της μορφής $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$ που έχει ρίζες αντίθετες και αντίστροφες ταυτόχρονα.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :

Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x - 2 = 0$.

i) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \quad B = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1) \quad \Gamma = x_1^2 + x_2^2$$

ii) Να βρείτε δευτεροβάθμια εξίσωση η οποία έχει ρίζες $\rho_1 = \frac{x_1}{x_2}, \rho_2 = \frac{x_2}{x_1}$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3^ο :

A) Δίνεται η εξίσωση $4\lambda x^2 + (8 - 4\lambda)x + \lambda - 8 = 0(1)$, με λ πραγματικό αριθμό

- i) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της (1) είναι $\Delta = 64\lambda + 64$
- ii) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η (1) να έχει δύο άνισες ρίζες.
- iii) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η (1) να έχει μία διπλή ρίζα.
- iv) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η (1) να μην έχει πραγματικές ρίζες.

B) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 1)x + 2(\lambda - 3) = 0(1)$. με λ πραγματικό αριθμό.

- i) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές για κάθε λ .
- ii) Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η (1) να έχει αντίθετες ρίζες.

Μονάδες 25**ΘΕΜΑ 4^ο :**

A) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$

- i) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι $\Delta = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.
- ii) Να δείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης είναι $\sqrt{3}$ και $-\sqrt{2}$.

Μονάδες 10

B) α) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 2x - 3 = 0$ (1)

β) Δίνονται οι ομόσημοι αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει

$$\alpha^2 - 2\alpha \cdot \beta - 3\beta^2 = 0$$

- i) Να δείξετε ότι ο αριθμός $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι λύση της (1).
- ii) Να αιτιολογήσετε γιατί $\alpha = 3\beta$.

Μονάδες 15

Ευχόμαστε επιτυχία !!!