

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 3

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ώρες

ΘΕΜΑ Α

A₁ Πότε η εξίσωση της μορφής $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία;
Πότε ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης της και ποιος είναι αυτός;
Μονάδες 2

A₂ Να δείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ , έχει εξίσωση $y - y_0 = \lambda (x - x_0)$.
Μονάδες 5

A₃ Στη **Στήλη Α** δίνονται οι εξισώσεις ευθειών και στη **Στήλη Β** τα κάθετα σ' αυτές διανύσματα. Να αντιστοιχίσετε στη Στήλης Α στη σωστή απάντηση της Στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $y = 3x - 5$	1. $(-2, 7)$
β. $y = -7$	2. $(3, -1)$
γ. $x = 1$	3. $(1, 3)$
	4. $(4, 0)$
	5. $(0, -3)$

Μονάδες 6

A₄ Οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 αντίστοιχα. Να συμπληρώσετε τις ισοδυναμίες:
α) $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$, **β)** $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$.
Μονάδες 2

A₅ Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (**Σ**) ή λάθος (**Λ**) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:
ι) Η εξίσωση της κατακόρυφης ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$, είναι $y = y_0$.
ιι) Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$.

ΑΡΧΗ 2ης ΣΕΛΙΔΑΣ

- ιι) Οι ευθείες με εξισώσεις $Ax + By + \Gamma = 0$ και $Bx - Ay + \Gamma = 0$ είναι κάθετες μεταξύ τους.
- ιγ) Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μίας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, είναι πάντα $\lambda = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.
- ιδ) Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο $A(1, 2)$ έχουν εξίσωση $y - 2 = \lambda(x - 1)$.
- ιε) Η εξίσωση $(\eta\mu\theta)x + (\sigmaυν\theta)y + 3 = 0$, όπου $\theta \in \mathbb{R}$, παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό θ .
- ιvi) Η ευθεία με εξίσωση $x = 7$ είναι παράλληλη στον $x'x$.
- ιvii) Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με εξίσωση $y = -x + 1$ με τον άξονα είναι $\frac{3\pi}{4}$.
- ιx) Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με εξίσωση $y = -ax + 1$, $a \neq 0$ με τον άξονα είναι αμβλεία.
- ix) Η ευθεία με εξίσωση $y = 3x + 2$ τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $B(0, 2)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B₁ Οι πλευρές AB και AD ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ έχουν εξισώσεις $x + 2y + 1 = 0$ και $2x + y + 5 = 0$ αντίστοιχα και το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το σημείο $K(1, 2)$.

α) Να δειχθεί ότι:

- ι) Η κορυφή A του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες $A(-3, 1)$.
ιι) Η κορυφή Γ του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες $\Gamma(5, 3)$.

Μονάδες 6

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών του $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$.

Μονάδες 6

γ) Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας AB με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 4

δ) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία AB με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 3

B₂ Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(\lambda - 1, 2\lambda + 3)$ αν $\lambda \in \mathbb{R} - \{2\}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$ (1), όπου $\mu \in \mathbb{R}$.

α) Να βρεθεί για ποιες τιμές του μ η (1) παριστάνει ευθεία ϵ .

Μονάδες 4

β) Να βρεθεί για ποιες τιμές του μ οι ευθείες (ϵ) :

- ι) είναι παράλληλες στον $x'x$, **Μονάδες 4**
ιι) είναι παράλληλες στον $y'y$, **Μονάδες 3**
ιιι) διέρχονται από το $O(0, 0)$, **Μονάδες 2**
ιiv) προκύπτει ευθεία η οποία σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα $x'x$. **Μονάδες 4**
- γ) Να δειχθεί ότι όλες οι ευθείες (ε), που προκύπτουν από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ Δ

- Δ₁** Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + y = x + 2xy + 6$.
α) Να δειχθεί ότι:
ι) η εξίσωση παίρνει την μορφή $(x - y)^2 - (x - y) - 6 = 0$, **Μονάδες 3**
ιι) η εξίσωση παριστάνει ένα ζεύγος παράλληλων ευθειών, οι οποίες να βρεθούν. **Μονάδες 4**
- β) Έστω $\varepsilon_1 : x - y - 3 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y + 2 = 0$ οι δυο παράλληλες ευθείες.
ι) Να δειχθεί ότι όλα τα σημεία $M\left(\alpha, \alpha - \frac{1}{2}\right)$, $\alpha \in \mathbb{R}$ ισαπέχουν από τις δυο ευθείες. **Μονάδες 4**
ιι) Να βρεθεί η μεσοπαράλληλη των δυο ευθειών. **Μονάδες 4**
- Δ₂** Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε $A(-1, -1)$, $B(4, 5)$ και η κορυφή Γ είναι σημείο της ευθείας $y = 5x - 15$. Αν το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με 9,5 τετραγ. Μονάδες, να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Γ . **Μονάδες 10**

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!