

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : Μαρτίου 2018****ΘΕΜΑ 1^ο :**

A. Έστω μια ευθεία ε με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ και $M_0(x_0, y_0)$ ένα σημείο εκτός αυτής. Να γράψετε τον τύπο που δίνει την απόσταση του σημείου M_0 από την ευθεία ε .

Μονάδες 5

B. Πότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο; Ποιο είναι το κέντρο του; Ποια είναι η ακτίνα του;

Μονάδες 5

Γ. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $C : x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x x_1 + y y_1 = \rho^2$.

Μονάδες 5

Δ. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

1. Η εξίσωση $x^2 + y^2 = \rho^2$ με $\rho \in \mathbb{R}$ παριστάνει κύκλο με ακτίνα ρ .

2. Ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2.$$

3. Αν $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 0$, τότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ένα μόνο σημείο, το $K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$.

4. Ο κύκλος C έχει άξονα συμμετρίας τον $x'x$ όταν το κέντρο του $K(x_0, y_0)$ βρίσκεται στον άξονα $x'x$.

5. Αν $M(x, y)$ σημείο του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$, τότε $-\rho \leq x \leq \rho$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :

A. Δίνονται οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 με εξισώσεις $\epsilon_1: 2x + y = -1$ και $\epsilon_2: 8x + 4y = 3$.

1. Να δείξετε ότι οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες.
2. Να υπολογίσετε την απόσταση των δύο ευθειών.
3. Να προσδιορίσετε την εξίσωση της μεσοπαράλληλου των ϵ_1 και ϵ_2 .
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου ABΓΔ του οποίου οι πλευρές AB και ΓΔ βρίσκονται πάνω στις ϵ_1 και ϵ_2 αντίστοιχα.

Μονάδες 15

B. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $A(1,2)$, $B(3,4)$ και εμβαδό 6 τ.μ. Να βρείτε την κορυφή Γ αν γνωρίζουμε ότι ανήκει στην ευθεία $\epsilon: x + y = 6$.

Μονάδες 5

Γ. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη στην $\epsilon: 2x + 3y = 1$ και η μεταξύ τους απόσταση είναι $\sqrt{3}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο :

A. Να προσδιορίσετε την εξίσωση κύκλου που διέρχεται από τα σημεία $A(3,1)$ και $B(-1, 3)$ και το κέντρο του ανήκει στην ευθεία $\epsilon: 3x - y = 2$.

Μονάδες 9

B. Να προσδιορίσετε την εξίσωση κύκλου που διέρχεται από το σημείο $A(1,0)$ και εφάπτεται της ευθείας $\epsilon: 3x - 4y = 13$ στο σημείο της $M(7,2)$

Μονάδες 8

Γ. Να προσδιορίσετε την εξίσωση κύκλου που έχει κέντρο $K(4,5)$ και αποκόπτει από την ευθεία $\epsilon: 3x + 4y = 10$ χορδή μήκους 8.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^ο :

A. Έστω η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2\lambda x - 1 = 0$ (1).

1. Να δείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό λ η εξίσωση (1) είναι εξίσωση κύκλου του οποίου να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα.

Μονάδες 5

2. Να προσδιορίσετε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων όλων των κύκλων, για τις διάφορες τιμές του λ .

Μονάδες 5

3. Να δείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του λ οι κύκλοι που ορίζονται από την (1) διέρχονται από δύο σταθερά σημεία τα οποία και να προσδιορίσετε.

Μονάδες 5

- B.** Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 - \lambda x - 2\lambda y + \kappa - 1 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ και $\kappa \in \mathbb{R}$. Να προσδιορίσετε τους αριθμούς λ και κ ώστε ο C να διέρχεται από την αρχή των αξόνων και η ευθεία ε με εξίσωση $\varepsilon: y = 3x + 1$ να ορίζει στον κύκλο χορδή AB ώστε $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{2}$.

Μονάδες 10

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!