

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ**ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΜΑΡΤΙΟΥ 2017****ΘΕΜΑ 1^ο :**

A) Έστω A και B δύο μη κενά σύνολα. Να διατυπώσετε τον ορισμό της συνάρτησης του συνόλου A στο σύνολο B.

Μονάδες 5

B) Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$, τότε να αποδείξετε ότι

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} .$$

Μονάδες 10

Γ) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».

i) Το συμμετρικό του σημείου $A(\alpha, -\beta)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $A(\alpha, \beta)$.

ii) Το σημείο $M(x, 2)$ με $x > 0$ ανήκει στον θετικό ημιάξονα Ox .

iii) Υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f με την ίδια τετμημένη.

iv) Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού \mathbb{R} . Το σημείο $M(1, 3)$ ανήκει στη γραφική παράστασης της f αν και μόνο αν $f(3) = 1$.

v) Αν τριώνυμο $f(x) = 3x^2 + ax + \beta - 2$ έχει ρίζες τους αριθμούς -3 και 1 τότε

$$f\left(\frac{1}{2^{10}}\right) < 0.$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$.

i) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 13

ii) Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $A = 3 \cdot \left(\frac{52}{53}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{52}{53}\right) - 1$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3^ο :

A) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + \kappa x - 4 = 0$, με $\kappa \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες για κάθε τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$.

ii) Να βρείτε την τιμή του κ , ώστε οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίθετες.

Μονάδες 16

B) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει:

$$(\lambda - 1)x^2 - 2(\lambda - 1)x - \lambda < 0, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται η συνάρτηση $f: f(x) = x^2 + \lambda x - 6, x \in \mathbb{R}$.

A) Αν η C_f διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$ να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 3

B) Έστω $\lambda = 1$, τότε

i) Να βρείτε το πρόσημο των τιμών της $f(x)$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 3

ii) Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με την C_g , όπου $g(x) = 2x$.

Μονάδες 3

iii) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από την C_g , όπου $g(x) = 2x$.

Μονάδες 4

iv) Να λύσετε την ανίσωση $|f(x)| \leq 6$.

Μονάδες 6

v) Να βρεθούν οι τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $f(x) + \kappa x + 7 = 0$ να έχει:

α) Δύο ρίζες άνισες.

β) Δύο ρίζες θετικές.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 5^ο (Προαιρετικό):

A) Έστω το τριώνυμο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha \neq 0$. Αν $\alpha \cdot f(2017) < 0$ να δείξετε ότι το τριώνυμο $f(x)$ έχει δύο άνισες ρίζες.

B) Αν $\alpha, \beta \in [1, 2018]$ και $|\alpha - \beta| \geq 2017$ να βρεθούν οι α, β .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!