

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2020

ΘΕΜΑ 1^ο :

A) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ να αποδείξετε ότι

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

Μονάδες 15

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος.

i) Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ έχει δύο άνισες ρίζες όταν $\Delta \geq 0$.

ii) Αν το 1 είναι ρίζα της $ax^2 + bx + \gamma = 0$ τότε $a + b + \gamma = 0$.

iii) Η εξίσωση $\lambda x^2 + 4(\lambda - 1)x - 3 = 0$ είναι δευτέρου βαθμού, για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

iv) Η εξίσωση $x^{2018} = a, a < 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .

v) Αν οι αριθμοί a και γ της είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση

$ax^2 + bx + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες άνισες.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :**A)** Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1$$

Μονάδες 5**B)** Να λύσετε την εξίσωση:

$$(x+2)^2 - 2\sqrt{x^2 + 4x + 4} - 3 = 0$$

Μονάδες 5**Γ)** Να λύσετε την εξίσωση:

$$(x-2019)^2 + x - 2021 = 0$$

Μονάδες 3**Δ)** Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x - \lambda + 2 = 0$ (1), να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση:

- i) έχει πραγματικές ρίζες
- ii) είναι αδύνατη στο \mathbb{R}

Μονάδες 12**ΘΕΜΑ 3^ο :****A)** Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + x - 5 = 0$.**i)** Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \quad B = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1) \quad \Gamma = |x_1 - x_2|$$

ii) Να βρείτε δευτεροβάθμια εξίσωση η οποία έχει ρίζες

$$\rho_1 = \frac{x_1}{x_2}, \rho_2 = \frac{x_2}{x_1}$$

Μονάδες 14

B) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 1)x + 2(\lambda - 3) = 0(1)$.

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες

i) αντίθετες

ii) θετικές

Μονάδες 11

ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - \lambda x - 12 = 0(1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

ii) Υποθέτουμε ότι μία από τις ρίζες της (1) είναι ο αριθμός ρ .

Να δείξετε ότι:

α) $\rho \neq 0$.

β) Ο αριθμός $-\rho$ είναι ρίζα της εξίσωσης $3x^2 + \lambda x - 12 = 0$

iii) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της (1) και ισχύει ότι

$$x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2 - 4x_1 - 4x_2 = 8$$

να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 25

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

σεν

ΑΦΕΤΗΡΙΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

Ευχόμαστε επιτυχία !!!

σεν