

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2023**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 3**

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ : 2 ώρες**

**ΘΕΜΑ Α**

- A<sub>1</sub>** ι) Πότε λέμε ότι δύο μη μηδενικά διανύσματα  $\overline{AB}$  και  $\overline{\Gamma\Delta}$  είναι ίσα;  
 ιι) Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ , πότε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι ίσα;  
**Μονάδες 4**
- A<sub>2</sub>** ι) Τι ονομάζεται μέτρο ενός διανύσματος  $\vec{\alpha}$ ;  
 ιι) Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ , με τι ισούται το μέτρο του  $\vec{\alpha}$ ;  
 ιιι) Αν  $A(x_A, y_A)$  και  $B(x_B, y_B)$ , με τι ισούται το μέτρο του  $\overline{AB}$ ; **Μονάδες 6**
- A<sub>3</sub>** Έστω  $AB$  ένα ευθύγραμμο τμήμα με  $A(x_A, y_A)$  και  $B(x_B, y_B)$ . Αν  $M(x_M, y_M)$  είναι το μέσο του  $AB$ , τότε να αποδείξετε ότι  $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$  και  $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$   
**Μονάδες 7**
- A<sub>4</sub>** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (**Σ**) ή λάθος (**Λ**) τις προτάσεις:  
 ι) Αν  $\lambda \cdot \vec{\alpha} = \lambda \cdot \vec{\beta}$  τότε  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$   
 ιι) Αν  $|\vec{\alpha}| = \lambda |\vec{\beta}|$  τότε  $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$ .  
 ιιι) Αν  $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$  τότε  $\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$   
 ιιιι) Αν  $\vec{\alpha} = -\lambda \vec{\beta}$ , τότε  $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$   
 ιν) Το μηδενικό διάνυσμα είναι παράλληλο σε κάθε άλλο διάνυσμα.  
**Μονάδες 5**
- A<sub>5</sub>** Αν  $|\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}| = 0$ , να δείξετε ότι διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι αντίρροπα.  
**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Β**

**B<sub>1</sub>** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\lambda - 2, 3\mu)$  και  $\vec{\beta} = (\mu - 1, 2\lambda - 7)$ . Να βρεθούν οι τιμές των  $\lambda$  και  $\mu$  ώστε:

**α)**  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$

**β)**  $\vec{\alpha} = \vec{0}$

**Μονάδες 5**

**B<sub>2</sub>** Δίνονται τα σημεία  $A(3, -2)$  και  $B(-5, 1)$ .

**α)** Να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες:

**ι)** του διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$

**ii)** του σημείου  $\Gamma$  αν ισχύει ότι  $\overrightarrow{A\Gamma} = (5, -4)$

**iii)** του σημείου  $M$  αν ισχύει ότι  $2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BM}$

**β)** Το μέτρο του διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$

**Μονάδες 12**

**B<sub>3</sub>** Δίνονται τα σημεία  $A(-1, 6)$  και  $B(5, -2)$ .

**α)** Να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες:

**ι)** του μέσου  $M$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$

**ii)** το συμμετρικό σημείου  $\Gamma$  του  $A$  ως προς το  $B$ .

**β)** Το μέτρο του διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (-2, 3)$ ,  $\vec{\beta} = (-1, 2)$  και  $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}$ .

**Γ<sub>1</sub>** Να βρεθεί το μέτρο του διανύσματος  $\vec{\gamma}$ .

**Μονάδες 5**

**Γ<sub>2</sub>** Να βρεθούν τα διανύσματα  $\vec{u}$ , που να είναι παράλληλα του  $\vec{\alpha}$  και έχουν μέτρο  $2\sqrt{13}$ .

**Μονάδες 8**

**Γ<sub>3</sub>** Από τα διανύσματα που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα

( $\vec{u}_1 = (-4, 6)$ ,  $\vec{u}_2 = (4, -6)$ ) ποιο είναι ομόρροπο και ποιο αντίρροπο με το  $\vec{\alpha}$ ;

**Μονάδες 4**

**Γ<sub>4</sub>** Να γράψετε το διάνυσμα  $\vec{v} = (0, -1)$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ<sub>1</sub>** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$  που ικανοποιούν τις σχέσεις:

$$2\vec{v} + \vec{u} = (1, -3) \text{ και } \vec{v} - 2\vec{u} = (3, -4).$$

**α)** Να βρεθούν τα διανύσματα  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

**Μονάδες 7**

Αν  $\vec{v} = (1, -2)$  και  $\vec{u} = (-1, 1)$  τότε:

**β)** Αν  $\overrightarrow{OA} = \vec{v}$  και  $\overrightarrow{OB} = \vec{u}$ , όπου  $O$  η αρχή των αξόνων:

ΑΡΧΗ 3ης ΣΕΛΙΔΑΣ

- ι) να αιτιολογήσετε ότι  $A(1, -2)$  και  $B(-1, 1)$  **Μονάδες 2**  
ιι) να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε τα σημεία  $A, B$  και  $P(\lambda, \lambda + 1)$  να είναι συνευθειακά. **Μονάδες 5**  
ιιι) σημείο  $\Gamma$  του άξονα  $x'x$ , ώστε να ισαπέχει από τα  $A$  και  $B$ . **Μονάδες 5**

- $\Delta_2$  Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 4, 4\lambda - 1)$  και  $\vec{\beta} = (3\lambda + 1, \lambda^2 + \lambda - 2)$ . Να προσδιοριστεί η τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε  $\vec{\alpha} \parallel \gamma'\gamma$  και  $\vec{\beta} \parallel x'x$ . **Μονάδες 6**

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**

συν