



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

σεν

ΑΦΕΤΗΡΙΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2019

ΘΕΜΑ 1^ο :

A.

- i. Τι ονομάζουμε άξονα;
- ii. Τι ονομάζουμε τετμημένη του σημείου M, όπου M οποιοδήποτε σημείο του άξονα $x'x$;
- iii. Τι ονομάζουμε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων;
- iv. Έστω (O, \vec{i}, \vec{j}) ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι κάθε διάνυσμα \vec{a} του επιπέδου γράφεται κατά μοναδικό τρόπο ως γραμμικός συνδυασμός των μοναδιαίων διανυσμάτων \vec{i} και \vec{j} .
Δηλαδή $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ όπου x, y οι συντεταγμένες του σημείου A που ορίζεται από τη σχέση $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

Μονάδες 12

- B.** Τι ονομάζουμε γινόμενο του πραγματικού αριθμού $\lambda, \lambda \neq 0$, με το διάνυσμα \vec{a} , όπου $\vec{a} \neq \vec{0}$;

Μονάδες 4

- Γ.** Έστω AB ένα ευθύγραμμο τμήμα με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Αν $M(x, y)$ είναι το μέσο του AB, τότε να αποδείξετε ότι :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{και} \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Μονάδες 6

- Δ. Αν ισχύουν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ οι σχέσεις: $\vec{\beta} = |\vec{\beta}| \cdot \vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha} = |\vec{\alpha}| \cdot \vec{\beta}$, να δείξετε ότι $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2^ο :

Α/ Θεωρούμε τυχαία διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και Ο ένα σταθερό σημείο του επιπέδου. Αν οι διανυσματικές ακτίνες των σημείων Α, Β και Γ ως προς το Ο είναι: $\vec{OA} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$, $\vec{OB} = 5\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$, $\vec{OG} = -4\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ να δείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 10

Β/ Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε και Ζ ώστε να ισχύουν:

$$\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB}, \quad \vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AG}, \quad \vec{BZ} = 2\vec{BG}, \text{ να}$$

αποδείξετε ότι:

i. $\vec{DE} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AG}$ και

$$\vec{DZ} = -\frac{3}{2}\vec{AB} + 2\vec{AG}$$

ii. Τα σημεία Δ, Ε και Ζ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3^ο :

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει:

$$3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} = (-2, 9) \quad \text{και} \quad \vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (10, -5)$$

i. Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} = (2, 1)$ και $\vec{\beta} = (-4, 3)$

Μονάδες 5

ii. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (4, 7)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Μονάδες 5

iii. Να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό λ ώστε το διάνυσμα $\vec{\delta} = (\lambda, 6 - \lambda)$ να είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

Μονάδες 5

iv. Να υπολογίσετε τον αριθμό $|5\vec{\alpha} - 6\vec{\beta}|$.

Μονάδες 5

v. Να προσδιορίσετε το διάνυσμα \vec{u} ώστε να είναι αντίρροπο στο διάνυσμα $\vec{\beta}$ και να έχει μέτρο τριπλάσιο του $\vec{\beta}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο :

Η αρχή $O(0,0)$ ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων παριστάνει ένα σταθμό εκπομπής σημάτων, ενώ τα σημεία $A(3, 2)$ και $B(5, 1)$ παριστάνουν τις θέσεις δύο πλοίων. Η θέση ενός τρίτου πλοίου παριστάνεται από το σημείο Γ για το οποίο ισχύει: $\vec{O\Gamma} = 2\vec{O\tilde{A}} - \vec{O\tilde{B}}$

i. Να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες του σημείου Γ .

Μονάδες 10

ii. Αν η εμβέλεια του σταθμού εκπομπής (μέγιστη απόσταση στην οποία μπορεί να φτάσει το σήμα) είναι 5 μονάδες, να βρείτε με ποια από τα τρία πλοία μπορεί να επικοινωνήσει ο σταθμός.

Μονάδες 15

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!