

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ**  
**ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2018**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> :**

**A)** Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$  να αποδείξετε ότι:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

**Μονάδες 15**

**B)** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος.

- i) Η εξίσωση  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$  έχει δύο άνισες ρίζες όταν  $\Delta \geq 0$ .
- ii) Αν το 1 είναι ρίζα της  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  τότε  $\alpha + \beta + \gamma = 0$ .
- iii) Η εξίσωση  $\lambda x^2 + 4(\lambda - 1)x - 3 = 0$  είναι δευτέρου βαθμού, για κάθε τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
- iv) Η εξίσωση  $x^{2018} = a, a < 0$  είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$ .
- v) Αν οι συντελεστές  $\alpha$  και  $\gamma$  της  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.

**Μονάδες 10****ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> :**

**A)** Να λύσετε την εξίσωση:  $(x + \frac{1}{x}) + x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{27}{4}$

**B)** Να λύσετε την εξίσωση:  $(x + 2)^2 - 2\sqrt{x^2 + 4x + 4} - 3 = 0$

**Γ)** Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - \lambda + 2 = 0(1)$ , να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση:

- i) έχει δύο ρίζες άνισες
- ii) είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$
- iii) έχει πραγματικές ρίζες

**Μονάδες 25**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> :**

**A)** Έστω  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $x^2 - 5x - 2 = 0$ .

i) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \quad B = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1) \quad \Gamma = |x_1 - x_2|$$

ii) Να βρείτε δευτεροβάθμια εξίσωση η οποία έχει ρίζες

$$\rho_1 = \frac{x_1}{x_2}, \rho_2 = \frac{x_2}{x_1}$$

**B)** Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + (\lambda - 1)x + 2(\lambda - 3) = 0(1)$ .

**α)** Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**β)** Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες

i) αντίθετες

ii) θετικές

iii) αντίστροφες

**Γ)**

**α)** Να λυθούν οι ανισώσεις  $||x| - 3| < 1$  και  $|1 - x| < 2$  και στη συνέχεια να βρεθούν οι κοινές τους λύσεις.

**β)** Να λύσετε την ανίσωση  $|x - 5| < 4(1)$ , αν κάποιος  $\rho$  επαληθεύει την ανίσωση

$$(1), \text{ να αποδείξετε ότι } \frac{1}{9} < \frac{1}{\rho} < 1.$$

**Μονάδες 25**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup> :**

**A)**

i) Να λύσετε την εξίσωση  $|2x + 1| = |4x - 5|(1)$

ii) Αν ο αριθμός  $\rho$  είναι ρίζα της (1) να δείξετε ότι και ο αριθμός

$$\xi = \frac{3}{7}(\rho - 3)^2 + \frac{2}{3} \text{ είναι ρίζα της (1).}$$

**B)** Δίνεται η εξίσωση  $(x - 1)^v + 3 = \alpha(1)$

i) Εάν  $v$  άρτιος φυσικός αριθμός ( $v \neq 0$ ) να βρείτε το πλήθος λύσεων της (1)

για τις διάφορες τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

ii) Εάν  $N$  περιττός φυσικός αριθμός να βρείτε το πλήθος λύσεων της (1) για τις διάφορες τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Σε κάθε περίπτωση να τις υπολογίσετε.

Γ) Δίνεται η εξίσωση  $3x^2 - \lambda x - 12 = 0(1)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

ii) Υποθέτουμε ότι μία από τις ρίζες της (1) είναι ο αριθμός  $\rho$ .

Να δείξετε ότι:

α)  $\rho \neq 0$ .

β) Ο αριθμός  $\frac{1}{\rho}$  είναι ρίζα της εξίσωσης  $12x^2 + \lambda x - 3 = 0$

γ) Ο αριθμός  $-\rho$  είναι ρίζα της εξίσωσης  $3x^2 + \lambda x - 12 = 0$

Μονάδες 25

**Καλή επιτυχία !!!**