

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : Ιανουαρίου 2020

ΘΕΜΑ 1^ο :

A. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$;

Μονάδες 5

B. Αν $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δύο διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ δείξτε ότι ισχύει:

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

όπου λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αντίστοιχα εφόσον τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα $y'y$.

Μονάδες 5

Γ. Πώς ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης ή κλίση μιας ευθείας (ϵ) αν αυτή δεν είναι παράλληλη προς τον άξονα $y'y$;

Μονάδες 5

Δ. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ). Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

1. Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| = 0$

2. Αν $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δύο τυχαία διανύσματα τότε πάντοτε ισχύει: $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

3. Όλες οι ευθείες του επιπέδου που διέρχονται από το σημείο $A(1, 2)$ έχουν εξίσωση: $y - 2 = \lambda(x - 1)$.

4. Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με εξίσωση $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 13$ με τον άξονα $x'x$ είναι $\frac{5\pi}{6}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{\alpha}| = 1, |\vec{\beta}| = 2, (\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{3}$. Έστω τα διανύσματα \vec{u}, \vec{v} όπου $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}, \vec{v} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$. Να υπολογίσετε:

i. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 6

ii. Τα μέτρα των διανυσμάτων \vec{u}, \vec{v} .

Μονάδες 7

iii. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Μονάδες 6

iv. Το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων \vec{u}, \vec{v} .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3^ο :

Δίδεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(1, 3), B(-3, 5), \Gamma(-1, -3)$.

Να προσδιορίσετε την εξίσωση:

i. Της ευθείας που διέρχεται από την κορυφή A και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 135^\circ$.

Μονάδες 4

ii. Της διαμέσου AM του τριγώνου.

Μονάδες 5

iii. Του ύψους $B\Delta$ του τριγώνου.

Μονάδες 5

iv. Της ευθείας που διέρχεται από την κορυφή Γ και είναι παράλληλη στην AB .

Μονάδες 5

v. Της μεσοκαθέτου της πλευράς $A\Gamma$ του τριγώνου.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4^ο :

A. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: y=2x-\lambda$ και το σημείο της $A(1, 1)$. Να βρείτε:

i. Την τιμή του πραγματικού αριθμού λ και τα σημεία τομής της (ϵ) με τους άξονες.

Μονάδες 3

ii. Την ευθεία (η) που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην (ϵ).

Μονάδες 2

iii. Το συμμετρικό του σημείου A ως προς την (η).

Μονάδες 5

iv. Την εξίσωση της ευθείας (δ) η οποία είναι η συμμετρική της ευθείας (ϵ) ως προς την ευθεία (ζ): $y=x$

Μονάδες 5

B. Θεωρούμε ευθεία (ϵ) η οποία τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(2, 0)$ και $B(0, -3)$ αντίστοιχα.

i. Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας (ϵ) είναι : $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$.

Μονάδες 3

ii. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) που είναι κάθετη στην (ϵ) και διέρχεται από το σημείο που η (ϵ) τέμνει τον άξονα $y'y$.

Μονάδες 4

iii. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 3

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!