

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ**ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2019****ΘΕΜΑ 1^ο :****A)** Τι ονομάζουμε ταυτότητα;**Μονάδες 4****B)** Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

i) $(a + \beta)^2 =$

ii) $(a - \beta)^3 =$

iii) $a^2 + \beta^2 =$

iv) $a^3 - \beta^3 =$

v) $(a - \beta - \gamma)^2 =$

vi) $(a + \beta)^5 =$

Μονάδες 6**Γ)** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος.

i) $a \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0 \text{ ή } \beta \neq 0$

ii) $a \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma \Leftrightarrow a = \beta$

iii) $a^v = \beta^v \Leftrightarrow a = \beta, v \in \mathbb{N}^*$

iv) $(a + \beta)^2 = (-a - \beta)^2$

v) $a^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ και } \beta = 0$

Μονάδες 10**Δ)** Θεωρήστε τον ισχυρισμό:

«Το γινόμενο δυο άρρητων αριθμών είναι άρρητος αριθμός.»

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό, γράφοντας στην κόλα σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.**β)** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α.**Μονάδες 5(1+4)**

ΘΕΜΑ 2^ο :

A) Αν $x + y = 5$ να δείξετε ότι :

i) $x^2 + y^2 = 25 - 2xy$

ii) $x^3 + y^3 = 125 - 15xy$

Μονάδες 12

B) Αν οι αριθμοί x, y είναι αντίστροφοι να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = (x^{-2} \cdot y)^3 \cdot (x^2 \cdot y^{-1})^2 \cdot 2x^3 .$$

Μονάδες 7

Γ) Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω:

α) $A = 2013^2 - 26 \cdot 2013 + 169$

β) $B = 1001^2 - 1$

γ) $\Gamma = 10^6 - 999^2$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3^ο :

A) Έστω x ένας φυσικός αριθμός

i) Αν x περιττός αριθμός να δείξετε ότι ο x^2 είναι περιττός.

ii) Αν x άρτιος αριθμός να δείξετε ότι ο $x^2 + 5x + 6$ είναι άρτιος.

Μονάδες 12

B) Αν x φυσικός αριθμός τέτοιος ώστε, ο αριθμός x^2 να είναι άρτιος, να δείξετε ότι ο x είναι άρτιος.

Μονάδες 7

Γ) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$ ώστε $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$ τότε να δείξετε ότι $\beta \neq 2$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4^ο :

A) i) Να δείξετε ότι $(\alpha + \frac{1}{\alpha})^2 - (\alpha - \frac{1}{\alpha})^2 = 4$

ii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = (\frac{999}{1000} + \frac{1000}{999})^2 - (\frac{999}{1000} - \frac{1000}{999})^2$

Μονάδες 7

B) Αν $(2\alpha + 3\beta)^2 = 2(4\alpha^2 + 9\beta^2)$ να δείξετε ότι $\alpha = \frac{3}{2}\beta$

Μονάδες 7

Γ) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\alpha + \beta = 1$ να δείξετε ότι: $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2 \cdot \beta^2 - (1 - \alpha \cdot \beta)^2 = 0$

Μονάδες 7

Δ) Να βρεθεί το εμβαδόν ενός ορθογώνιου με περίμετρο 14 και διαγώνιο 5.

Μονάδες 4

Ευχόμαστε επιτυχία!!!