

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : Μαΐου 2021

ΘΕΜΑ 1^ο :

- A.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου C με εξίσωση $x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x x_1 + y y_1 = \rho^2$.

Μονάδες 4

- B.** Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο το σημείο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα τον θετικό αριθμό ρ .

Μονάδες 4

- Γ.** Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ (1).

(α) Να γράψετε τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιούν οι αριθμοί A, B και Γ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο.

(β) Να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου που παριστάνει η εξίσωση (1).

Μονάδες 5

- Δ. (α)** Να γράψετε τον τύπο που δίνει την απόσταση του σημείου $M(x_0, y_0)$ από την ευθεία $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$.

(β) Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου $M(-5, 1)$ από την ευθεία $\delta: 5x + 12y - 13 = 0$.

Μονάδες 6

Ε. (α) Να γράψετε τον τύπο που δίνει το εμβαδόν ενός τριγώνου $AB\Gamma$ συναρτήσει της ορίζουσας των διανυσμάτων \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ αν ισχύει ότι:
 $A(2, 6), B(8, -4), \Gamma(4, 0)$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2^ο :

Να προσδιορίσετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(3, -2)$ και:

- i. Έχει συντελεστή διεύθυνσης -2
- ii. Είναι παράλληλη στην ευθεία $(\delta_1): y = 2x + 3$.
- iii. Είναι παράλληλη στην ευθεία $(\delta_2): x = 2$
- iv. Είναι κάθετη στην ευθεία $(\delta_3): 2x + y = -1$
- v. Είναι κάθετη στην ευθεία $(\delta_4): x + 3 = 0$
- vi. Είναι κάθετη στην ευθεία $(\delta_5): y = 2$
- vii. Είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (4, 0)$
- viii. Διέρχεται από το σημείο $B(4, -1)$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3^ο :

Δίνεται ο κύκλος C με κέντρο O την αρχή των αξόνων, οποίος διέρχεται από το σημείο $A(4, -3)$.

- i. Να προσδιορίσετε την εξίσωση του κύκλου C .

Μονάδες 5

- ii. Να προσδιορίσετε την εφαπτομένη του κύκλου C στο σημείο του A .

Μονάδες 5

iii. Να βρείτε τις εφαπτόμενες του κύκλου C που είναι παράλληλες στο διάνυσμα \overrightarrow{OA} , όπου O η αρχή των αξόνων.

Μονάδες 12

iv. Να βρείτε τις εφαπτόμενες του κύκλου C που διέρχονται από το σημείο $P(10, -5)$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 + y^2 + \lambda x + (\lambda - 4)y + 8 - \lambda = 0 \quad (1)$$

i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο αν και μόνο αν $\lambda < -2$ ή $\lambda > 4$.

Μονάδες 5

ii. Να προσδιορίσετε συναρτήσει του λ το κέντρο και την ακτίνα των παραπάνω κύκλων.

Μονάδες 5

iii. Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των παραπάνω κύκλων ανήκουν σε μια ευθεία (δ) με εξίσωση $y = x + 2$.

Μονάδες 12

iv. Έστω ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο του οποίου το κέντρο απέχει από την ευθεία $\varepsilon: 3x - 4y + 9 = 0$ απόσταση ίση με $\frac{1}{5}$. Να αποδείξετε ότι τότε $\lambda = -4$.

Μονάδες 13

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!