

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ**  
**ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 3**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.**

- i. Τι ονομάζουμε αναλογία;
- ii. Να αναφέρετε τέσσερις ιδιότητες των αναλογιών.
- iii. Τι ονομάζουμε ταυτότητα;

**A2.** Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

- i.  $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- ii.  $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- iii.  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- iv.  $\alpha^3 + \beta^3 = \dots\dots\dots$
- v.  $(-\alpha - \beta - \gamma)^2 = \dots\dots\dots$
- vi.  $\alpha^5 - \beta^5 = \dots\dots\dots$
- vii.  $(\alpha + \beta)^4 = \dots\dots\dots$

**A3.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις:

- i. Για κάθε αριθμό  $\alpha$  διάφορο του μηδενός, ισχύει  $(-\alpha)^0 = -1$
- ii. Ισχύει ότι  $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\kappa} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\kappa}$  (όπου  $\kappa$  ακέραιος και  $\alpha, \beta$  διάφοροι του μηδενός)

iii.  $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0$

iv.  $(\alpha - \beta)^3 = -(\beta - \alpha)^3$

v.  $\alpha\beta = \beta\gamma \Leftrightarrow \alpha = \gamma$

- A4.** Δίνεται ο παρακάτω ισχυρισμός: «για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $x^2 \geq x$ »  
Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή με το γράμμα Α ή ως ψευδή με το γράμμα Ψ. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Στην περίπτωση που απαντήσετε «Ψευδής» να δώσετε ένα αντιπαράδειγμα.

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Έστω  $p$  ένας φυσικός αριθμός.

**α)** Να δείξετε ότι αν  $p$  άρτιος, τότε  $p^2 + 5p + 6$  άρτιος.

**β)** Να δείξετε ότι αν  $p$  περιττός, τότε  $p^2$  περιττός.

**B2.** Έστω  $p$  ένας φυσικός αριθμός τέτοιος ώστε  $p^2$  άρτιος. Να δείξετε ότι (με τη μέθοδο της ατόπου)  $p$  άρτιος.

**B3.** Να δείξετε ότι κάθε περιττός φυσικός αριθμός μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών.

**Μονάδες 25**

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** αν  $\alpha \neq 0$  και  $\beta \neq 0$  τότε να δείξετε ότι :

i. 
$$\frac{\alpha^3 - \beta^3}{(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta} = \alpha - \beta$$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:  $\frac{99^3 - 19^3}{118^2 - 99 \cdot 19}$

**Γ2.** Αν  $\alpha + \beta = 1$  να δείξετε ότι  $\alpha^3(\beta + 1) - \beta^3(\alpha + 1) = \alpha - \beta$

**Μονάδες 25**

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

α/  $x^2 - x - 6$  και β/  $x^2 + x - 2$

**Δ2. ii.** Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} + \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2} + \frac{2x}{x + 2}$$

α/ Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ .

β/ Να απλοποιήσετε την παράσταση  $A$

**Μονάδες 25**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**