

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΤΑΞΗ / ΤΜΗΜΑ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ 1^ο :

Α) Να αναφέρετε 8 ιδιότητες των ανισοτήτων.

Μονάδες 8

Β) Να συμπληρώσετε τα κενά:

α) $(\alpha - \beta)^3 =$

ζ) $(\alpha + \beta)^2 =$

β) $(\alpha - \beta - \gamma)^2 =$

η) $(\alpha + \beta)^4 =$

γ) $\alpha^3 - \beta^3 =$

δ) $\alpha^2 - \beta^2 =$

ε) $\alpha^2 + \beta^2 =$

Μονάδες 7

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) Σωστό ή (Λ) Λάθος.

i) Αν $\alpha > \beta$ τότε $\alpha - \gamma > \beta - \gamma$.

ii) Αν $\alpha \cdot \beta > 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$.

iii) Αν $\alpha^2 > \alpha \cdot \beta$ τότε $\alpha > \beta$.

iv) Αν $\alpha \neq 0$ και $\alpha \cdot \beta > \alpha \cdot \gamma$ τότε $\beta > \gamma$.

v) Αν $a < -2$ και $\beta < -3$ τότε $\alpha \cdot \beta > 6$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο :

A) Αν $\alpha^2 + \beta^2 + 2(\alpha + \beta) + 2 = 0$ να δείξετε ότι $\alpha = \beta$.

Μονάδες 10

B) Αν $1 < x \leq 2$ και $3 < y < 4$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

i) $A = x + y$ ii) $B = x - 2y$ iii) $\Gamma = x^2 + y^2$ iv) $\Delta = \frac{x}{y}$ v) $E = x \cdot y$

Μονάδες 15**ΘΕΜΑ 3^ο :**

A) Αν $\alpha < 1$, να δείξετε ότι $\alpha^3 + 3\alpha - \alpha^2 - 3 < 0$.

Μονάδες 7

B) Να αποδείξετε ότι $(\alpha + 2)^2 + 6\alpha^2 + (\alpha - 2)^2 = 4(\alpha + 1)^2 + 4(\alpha - 1)^2$

Μονάδες 8

Γ) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\alpha + \beta = 1$, να δείξετε ότι:

i) $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2 \cdot \beta^2 - (1 - \alpha\beta)^2 = 0$

ii) $\alpha \cdot \beta \leq \frac{1}{4}$

Μονάδες 5+5**ΘΕΜΑ 4^ο :**

A) Για κάθε $\alpha > 0, \alpha \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι:

i) $\alpha + \frac{1}{\alpha} \geq 2$. Πότε ισχύει η ισότητα;

ii) $\frac{1,24}{7,98} + \frac{7,98}{1,24} > 2$

Μονάδες 16

B) Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι:

$$\alpha^2 + 4\beta^2 - 2\alpha + 12\beta + 15 > 0$$

Μονάδες 9

Καλή επιτυχία !!!

συν